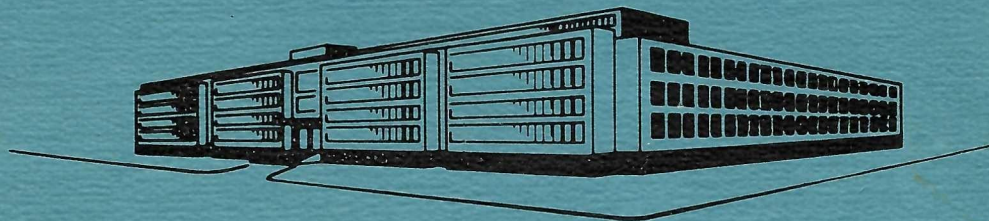


TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT

RECONSTRUCTIE VAN DE GELUIDSNELHEIDVERDELING VAN EEN GELAAGD
SYSTEEM BESTAANDE UIT MEERDERE NIET-PLAN-PARALLELLE LAGEN.

AFSTUDEERVERSLAG VAN

KEES WAPENAAR



APRIL 1981

LABORATORIUM VOOR TECHNISCHE NATUURKUNDE

LORENTZWEG

DELFT

Reconstructie van de geluidsnelheidverdeling
van een gelaagd systeem bestaande uit meerdere
niet-plan-parallelle lagen

Kees Wapenaar

Maart 1981

Verslag van het afstudeerwerk
van C.P.A. Wapenaar, verricht
onder leiding van
Prof. Dr. Ir. A.J. Berkhout en
Ir. D. de Vries in de vakgroep
Akoestiek van de afdeling der
Technische Natuurkunde van de
T.H.-Delft.

Samenvatting

Dit verslag beschrijft een nieuwe methode om de geluidsnelheidverdeling binnen een niet-plan-parallel gelaagd systeem te reconstrueren aan de hand van zgn. CMP-metingen die aan het oppervlak van het systeem zijn verricht. De methode maakt gebruik van coherentie-technieken en van een algoritme voor achterwaartse extrapolatie van CMP-data, gebaseerd op de golfvergelijking.

In hoofdstuk II wordt de door Taner & Koehler (2) beschreven methode behandeld, die alleen gebruik maakt van coherentie-technieken. Aangevoerd wordt dat deze methode een belangrijke beperking vertoont: het systeem moet nagenoeg parallel gelaagd zijn. Er wordt aangegeven op welke manier m.b.v. achterwaartse extrapolatie van CMP-data deze beperking weggenomen wordt.

Hoofdstuk III behandelt de coherentie-technieken.

Hoofdstuk IV behandelt golfveld-extrapolatie in het algemeen en achterwaartse extrapolatie van CMP-data in het bijzonder.

In hoofdstuk V worden reken-experimenten beschreven waaruit geconcludeerd wordt dat toepassing van genoemde golfveld-extrapolatie tot aanzienlijk nauwkeuriger resultaten leidt. Tevens wordt een suggestie voor een verfijning van de beschreven methode gegeven.

Abstract

This report describes a new method of velocity-determination in non-horizontally layered media by means of coherence-calculations and inverse wavefield-extrapolation of CMP-data, based on the wave-equation. Chapter II describes a method, given by Taner & Koehler (2). This method only makes use of coherence-calculations. We shall indicate the main restriction of this method, namely: all layers must be horizontal. It will be shown how we can make use of inverse wavefield-extrapolation to avoid this restriction. Chapter III describes the coherence-calculations. Chapter IV describes wavefield-extrapolation in general and inverse wavefield-extrapolation of CMP-data as a special case. In chapter V we describe the results, obtained with the new method applied to modeled data. We conclude that application of inverse wavefield-extrapolation leads to significantly better results. Finally a suggestion is given to a further refinement.

Inhoudsopgave

Samenvatting	i	
Abstract	ii	
Inhoudsopgave	iii	
Lijst van de gebruikte symbolen	v	
I	Inleiding	1
II	Common Midpointmetingen	2
	1. Probleemstelling	2
	2. Een systeem bestaande uit één plan-parallelle laag	3
	3. Een plan-parallel gelaagd systeem	5
	4. Een systeem bestaande uit één niet-plan-parallelle laag	6
	5. Een niet-plan-parallel gelaagd systeem	7
III	Coherentietechnieken	9
	1. Algemeen principe	9
	2. Praktische problemen	11
	a. Tijdverschuiving	11
	b. Verscherping van het maximum	12
	c. Jitter	15
	3. Coherentie in het frequentiedomein	17
IV	Golfveldextrapolatie	19
	1. De Rayleigh-II-Integraal	19
	2. Voorwaartse extrapolatie als convolutieproduct	20
	3. Laterale variaties	22
	4. Het inverse probleem: achterwaartse extrapolatie	23
	5. Voorwaartse extrapolatie van een "complete dataset"	25
	6. Achterwaartse extrapolatie van een "complete dataset"	27
	7. Voorwaartse extrapolatie van een CMP-dataset	28
	8. Achterwaartse extrapolatie van een CMP-dataset	30
	9. Enige beschouwingen over de operator X	31
	a. De operatorbreedte en het focusseringseffect	31
	b. De hoekparadox	34
V	Experimentele resultaten	36
	1. Reconstructie van een parallel gelaagd systeem	36
	2. Reconstructie van een systeem bestaande uit één niet-plan-parallelle laag	38
	3. Gelaagd systeem bestaande uit meerdere niet-plan-parallelle lagen	39
	a. Reconstructie volgens conventionele methode	39
	b. Reconstructie m.b.v. achterwaartse golfveldextrapolatie	40

Appendices

A	Bewijs van relatie 2.3a	A1
B.1	Bewijs van relatie 2.5	B1
B.2	Bewijs van relatie 2.7	B1
C	Bewijs maximum coherentiefunctie E	C1
D	Beschrijving van de software	D1
	1. Hoofdprogramma (Subsurface-reconstruction)	D1
	2. Filecreatie-programma	D1
	3. Transponeerprogramma	D2
	4. Coherentieprogramma	D2
	5. Extrapolatieprogramma voor CMP-data	D2
	6. Filetransformatie-programma	D2
	7. "Subsurfacerreconstruction"-plotprogramma	D3

Literatuurlijst

Lijst van de gebruikte symbolen

CMP	Common MidPoint
$\sqrt{c_N^2}$	(m/s) Effectieve geluidsnelheid tussen $z=0$ en $z=z_N$ bij ge- laagde systemen
c	(m/s) Geluidsnelheid
\hat{c}	(m/s) Schatter van c
c_s	(m/s) Schijnbare geluidsnelheid (bij scheve reflector)
E	Coherentiefunctie
$\leftarrow \overset{FT}{\rightarrow}$	Fouriertransformatie
F	Convolutie-operator (-matrix) voor achterwaartse ex- trapolatie
f	(s^{-1}) Frequentie
f_s	(s^{-1}) Bemonsterfrequentie
$f_i(t)$	i^e registratie in CMP-dataset als functie van t
$F_i(f)$	Fourier-getransformeerde van $f_i(t)$
$g_i(t)$	$=f_i(t + \tau_i)$
$G_i(f)$	Fouriergetransformeerde van $g_i(t)$
i	Rangnummer bron/ontvanger bij CMP-data (H II,III)
i	Rangnummer oppervlak (reflector) (H IV,V)
j	Imaginaire eenheid: $j = \sqrt{-1}$
k	(m^{-1}) Golfgetal
K	$2K+1$: aantal bron/ontvangers bij CMP-metingen (H II,IV.7)
n	Rangnummer bron/ontvangerpositie (H IV,V)
\vec{n}	Normaal op oppervlak
n,N	Rangnummer reflector (H II)
N	Aantal bron/ontvangers (H III,IV)
$p(t)$	(Nm^{-2}) Geluiddruk als functie van de tijd
$P(f)$	(Nm^{-2}) Fouriergetransformeerde van de geluiddruk
r	(m) Afstand (straal)
Δs	(m) Onderlinge afstand tussen bron/ontvangers op niet- horizontaal oppervlak
S_i	Oppervlak i
S/N	Signaal/ruisverhouding
t	(s) Tijd
t_p	(s) Pulsduur
Δt	(s) Temporeel bemosterinterval
T_0	(s) Tijdstip van puls in zero-offset-registratie
$T(0)$	(s) Idem
\hat{T}_0	(s) Schatter van T_0
$T(x)$	(s) Looptijd van puls bij offset x

U	Matrix voor voorwaartse extrapolatie van CMP-data
V	Zie W
W	Convolutie-operator (-matrix) voor voorwaartse extrapolatie
x	(m) Laterale coördinaat of afstand tussen bron en ontvanger
Δx	(m) Onderlinge afstand tussen bron/ontvangers, dus spatieel bemonsterinterval
x_0	(m) Coördinaat zerooffset-registratie
X	Matrix voor achterwaartse extrapolatie van CMP-data
y	(m) Coördinaat (Twee-dimensionale situaties zijn y-onafhankelijk)
z	(m) Diepte
Δz	(m) Extrapolatiestapgrootte bij parallelle extrapolatie
ZO	Zero-Offset
α_i	(rad) Hoek tussen reflector i en horizontaal oppervlak
β_i	(rad) Hoek tussen reflector i en reflector i-1
θ	(rad) Hoek tussen golfpad en normaal op laaggrens
π	= 3.141592 653589 793238 462643 383279 502884 197169 399375.....
ρ	(kgm^{-3}) Dichtheid
τ_i	(s) Tijd waarover signaal $f_i(t)$ verschoven wordt
ϕ	(rad) Hoek tussen \vec{n} en \vec{r}

I Inleiding

Echo-akoestiek is een techniek die gebruikt wordt om op een niet-destructieve manier iets te weten te komen over het inwendige van een systeem, bijv: de aardkorst, het menselijk lichaam, metaal- of betonplaten, etc. Vanaf het oppervlak wordt geluid het systeem ingezonden, t.g.v. inhomogeniteiten binnen het systeem wordt een deel van dit geluid gereflecteerd, resp. gediffracteerd en zal het oppervlak weer bereiken, alwaar het geregistreerd wordt. M.b.v. onze kennis van akoestische golfvoortplanting is het mogelijk om aan de hand van deze registratie bepaalde eigenschappen van het onderliggende systeem (subsurface) te bepalen, bijv. plaats en aard van reflectoren, resp. diffractoren. In het algemeen is het gebruik van een computer voor deze reconstructie onontbeerlijk.

Kennis van akoestische golfvoortplanting vooronderstelt kennis van de geluidssnelheid in het systeem. Het gebruik van een verkeerde waarde van de geluidssnelheid leidt tot een onnauwkeurige reconstructie. In de medische echo-akoestiek wordt meestal $c=1480$ m/s gebruikt, d.i. de gemiddelde geluidssnelheid in menselijk weefsel. In de seismiek bestaat reeds een methode om de geluidssnelheden van de verschillende aardlagen te schatten, de beperking hierbij is echter dat deze aardlagen nagenoeg parallel moeten zijn. Taner & Koehler (2) geven een beschrijving van deze methode.

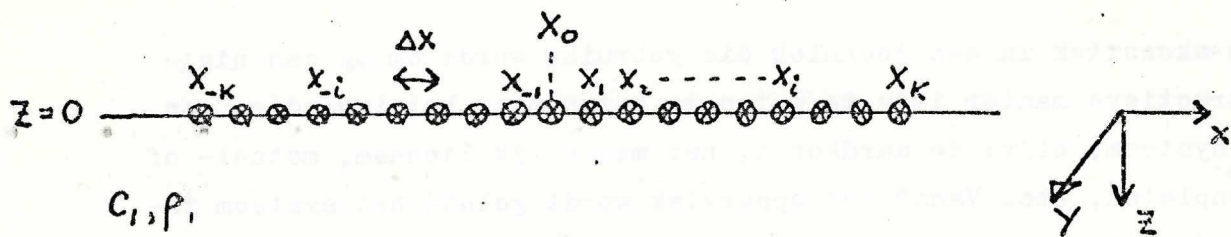
Dit verslag is een eerste aanzet om in meer complexe en daardoor meer realistische situaties de geluidssnelheid te kunnen schatten. De eerste stap hiertoe is in een gelaagd systeem niet-plan-parallelle lagen toe te staan. Dit leidt tot de titel van dit verslag: Reconstructie van de geluidssnelheidsverdeling van een gelaagd systeem bestaande uit meerdere niet-plan-parallelle lagen.

diffractie: dis = uiteen, uit

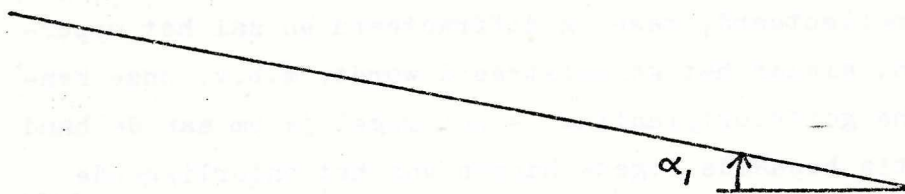
frangere = breken, barsten

disfrangere - diffrangere = in 'alle' richtingen breken.

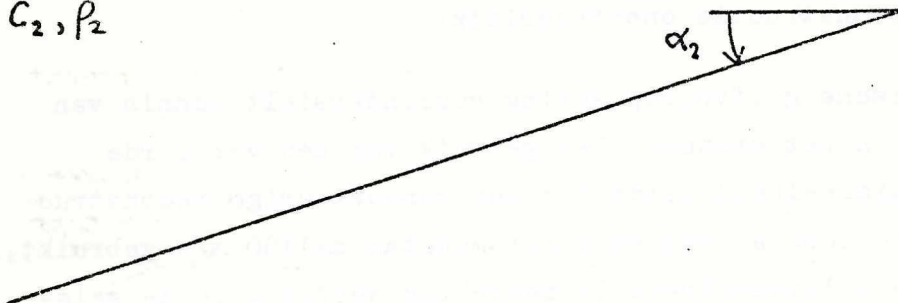
Nederlands (zo het bestaat):
diffrangeren
diffrangeerde
gediffrangeerd



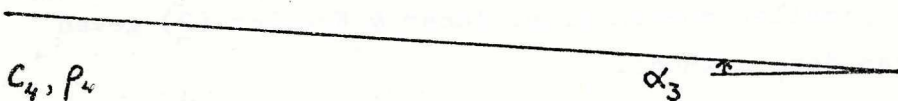
C_1, P_1



C_2, P_2



C_3, P_3



C_4, P_4

O bron

X ontvanger

Figuur 2.1

Situatieschets van het systeem met bron/ontvangers.

Voor CMP-metingen geldt dat door ontvanger i de druk wordt geregistreerd, veroorzaakt door bron $-i$.

II Common MidPoint metingen

II.1 Probleemstelling

In I is reeds een korte probleemomschrijving gegeven, n.l.: reconstructie van de geluidsnelheidverdeling in een niet-parallel gelaagd systeem. We zullen deze probleemstelling hier nader preciseren.

Het niet-parallel gelaagd systeem is aan de volgende voorwaarden gebonden (zie fig. 2.1):

- 1 De situatie is twee-dimensionaal, d.w.z. zowel de geometrie van het systeem als het geluidveld is in de y-richting constant.
- 2 Per laag is het medium homogeen, d.w.z. c_n constant, ρ_n constant.
- 3 De scheiding tussen de lagen hoeft niet horizontaal te zijn, maar wel vlak.

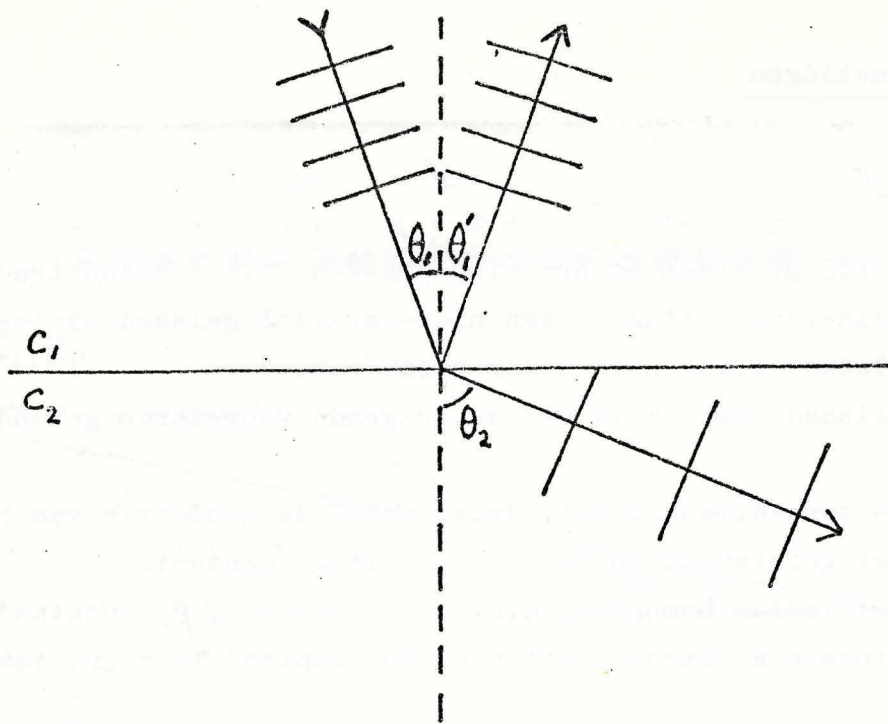
Aan het oppervlak ($z=0$) worden zgn. Common MidPoint metingen verricht. Hieronder verstaan wij het volgende:

Op het oppervlak bevindt zich op equidistante posities een oneven aantal $(2K+1)$ bron/ontvangers (dit zijn transducenten die als bron of als ontvanger gebruikt kunnen worden) symmetrisch rond $x=x_0$. Eerst zendt bron $-K$ met $x_{-K} = x_0 - K\Delta x$ een korte puls uit. Deze wordt na reflectie aan de verschillende laaggrenzen geregistreerd door ontvanger K met $x_K = x_0 + K\Delta x$. Wanneer alle reflecties binnen zijn zendt bron $-K+1$ een puls uit die geregistreerd wordt door ontvanger $K-1$, enz. Algemeen: de door bron $-i$ met $x_{-i} = x_0 - i\Delta x$ uitgezonden puls wordt geregistreerd door ontvanger i met $x_i = x_0 + i\Delta x$. Merk op dat het middelpunt tussen bron $-i$ en ontvanger i vastligt (d.w.z. onafhankelijk is van i) n.l.: $x=x_0$. Dit verklaart de term CMP-metingen.

Definities:

- * De verzameling CMP-registraties van ontvanger $-K$ met $x_{-K} = x_0 - K\Delta x$ t/m ontvanger K met $x_K = x_0 + K\Delta x$ noemen we de CMP-dataset.
- * De registratie van ontvanger 0 met $x=x_0$ noemen we de zero-offset-registratie, immers bron en ontvanger vallen hier samen.

In het navolgende zal aangetoond worden dat met minimaal twee CMP-datasets met verschillende waarden voor x_0 de geluidsnelheidverdeling in bovenstaande situatie te reconstrueren is. Het probleem zal in eenvoudigere sub-problemen opgesplitst worden. Achtereenvolgens zullen behandeld worden:



Figuur 2.2

Wanneer een vlakke golf onder een hoek θ_1 invalt op een scheidingsvlak tussen twee homogene media met geluidssnelheid c_1 resp. c_2 dan zal een deel gereflecteerd worden onder een hoek $\theta_1' = \theta_1$ en een deel zal doorgelaten worden onder een hoek θ_2 , waarvoor geldt $\sin \theta_2 = (c_2/c_1) \sin \theta_1$.

- * een systeem bestaande uit één plan-parallelle laag
- * een plan-parallel gelaagd systeem
- * een systeem bestaande uit één niet-plan-parallelle laag
- * een niet-plan-parallel gelaagd systeem.

Opmerking

Een voor de CMP-dataset specifieke eigenschap is dat registratie i identiek is met registratie $-i$. (Er is van uitgegaan dat het reciprociteitsbeginsel toepasbaar is). In de praktijk worden alleen de registraties i met $i \geq 0$ bepaald. Voor de in hoofdstuk III behandelde coherentietechnieken is dit voldoende. De in hoofdstuk IV behandelde golfveldextrapolatie maakt t.b.v. de nauwkeurigheid tevens gebruik van de registraties i , met $i < 0$. Vanwege bovengenoemde eigenschap van de CMP-dataset wordt deze verkregen door de opgemeten dataset te spiegelen t.o.v. de zero-offset-registratie.

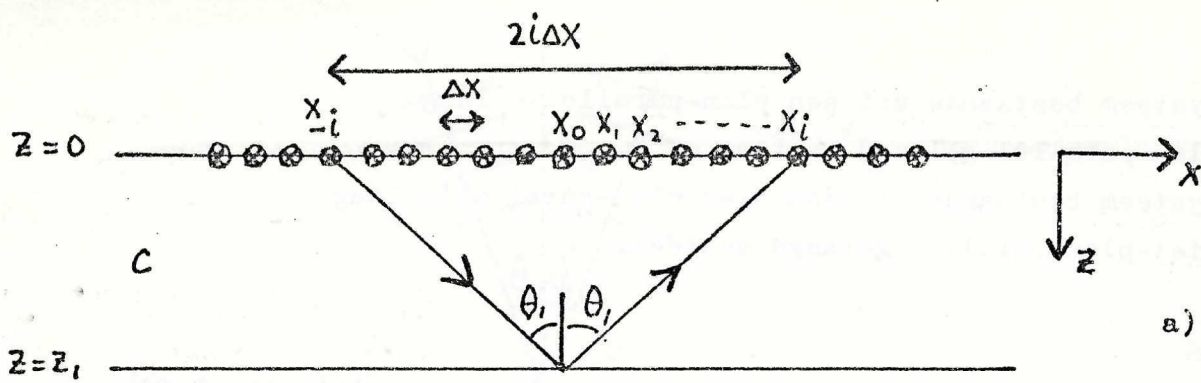
II.2 Een systeem bestaande uit één plan-parallelle laag

Geluid dat op het scheidingsvlak tussen twee homogene media met verschillende eigenschappen (hier: verschillende geluidsnelheden c_1, c_2) invalt zal door dit scheidingsvlak gedeeltelijk gereflecteerd en gedeeltelijk doorgelaten worden. Berkhout (1) behandelt in hoofdstuk IV de reflectie en transmissie bij zo een scheidingsvlak. In het kort komt het er op neer dat het invallende geluidveld wordt ontbonden in een aantal vlakke golven die onder verschillende hoeken invallen; volgens de wet van Snellius geldt dat een vlakke golf die onder een hoek θ_1 invalt gereflecteerd wordt onder een hoek $\theta_1' = \theta_1$ en doorgelaten wordt onder een hoek θ_2 volgens:

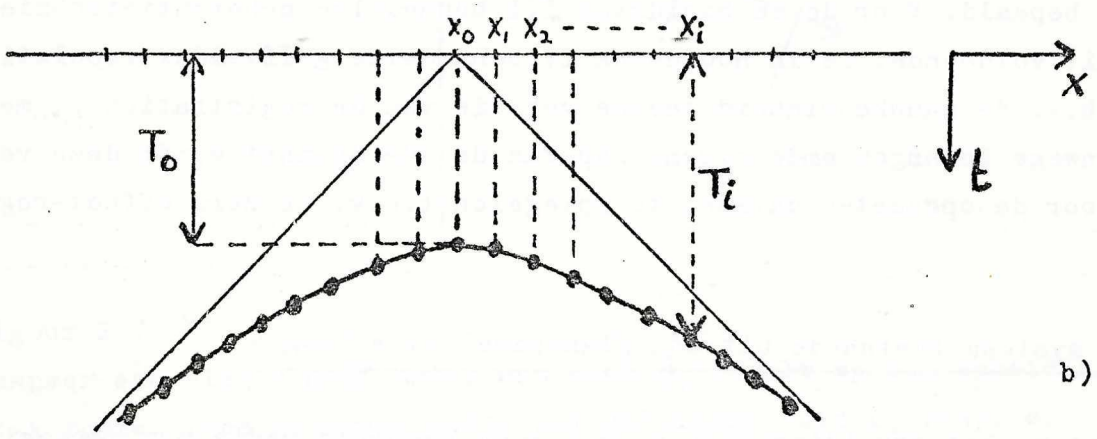
$$\sin \theta_2 = \frac{c_2}{c_1} \sin \theta_1, \quad 2.1$$

zie figuur 2.2. Vervolgens wordt m.b.v. een hoekafhankelijke reflectie- en transmissiecoëfficiënt (die we hier niet geven) de complexe amplitude van het gereflecteerde veld en van het doorgelaten veld (superpositie van groot aantal vlakke golven) berekend.

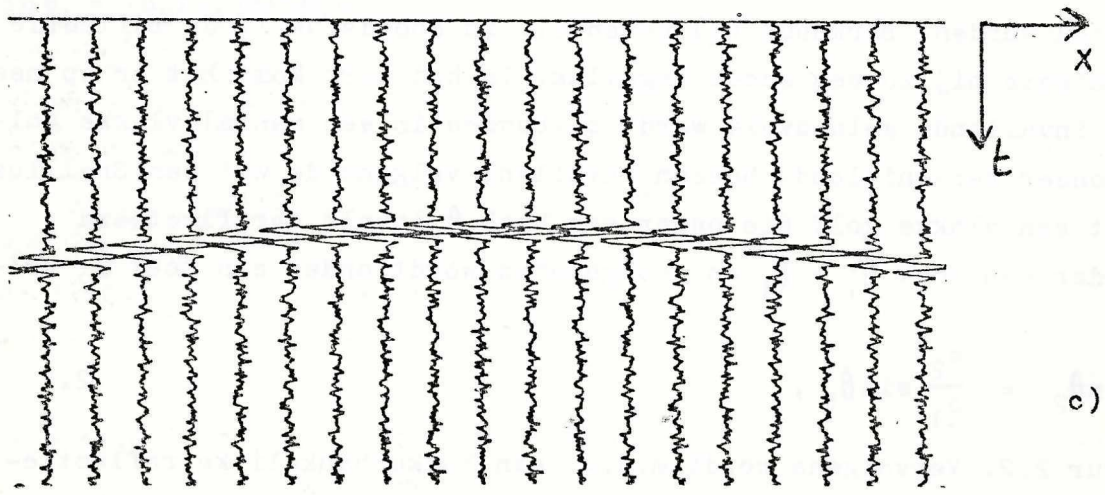
De beschouwingen in dit hoofdstuk hebben alleen betrekking op looptijden van pulsen van bron via transmissie en reflectie naar ontvanger. Volgens het principe van Fermat moet hiervoor het golfpad met de kortste looptijd gezocht worden. Een golfpad staat per definitie in ieder punt in de ruimte loodrecht op een golfveld en gedraagt zich op snelheidsovergangen volgens de wet van Snellius wanneer we de hoekafhankelijkheid van de reflectie- en transmissiecoëfficiënt mogen verwaarlozen, (locally reacting).



a)



b)



c)

Figuur 2.3

- a) Eén plan-parallel laag met CMP-metingen
- b) Bijbehorende looptijden T_i als functie van de ontvangerpositie x_i
- c) Een meer realistische voorstelling van b

We zullen nu voor één plan-parallelle laag de looptijd als functie van de onderlinge posities van bron en ontvanger en de positie van de reflector (de overgang in de geluidsnelheid is een niet-akoestisch-harde reflector) voor CMP-metingen bekijken.

Voor de in figuur 2.3a geschetste situatie is eenvoudig af te leiden dat voor de looptijd T_i van de puls, uitgezonden door bron -i, gereflecteerd door vlak $z=z_1$ en geregistreerd door ontvanger i gegeven wordt door

$$T_i^2 = T_0^2 + \left(\frac{2i\Delta x}{c}\right)^2, \quad 2.2a$$

waarin

$$T_0 = \frac{2z_1}{c} \quad 2.2b$$

de looptijd van de puls in de zero-offset-registratie is, c de geluidsnelheid en $2i\Delta x$ de offset tussen bron -i en ontvanger i. De looptijden T_i liggen dus op een hyperbool met minimum $T_i = T_0$ en asymptoten

$$T_i = \pm \frac{2i\Delta x}{c}; \quad 2.2c$$

zie figuur 2.3b.

Dus:

wanneer gegeven is dat de reflector parallel ligt aan het oppervlak $z=0$ en de looptijden T_i , verkregen uit CMP-metingen, bekend zijn dan liggen de positie $z=z_1$ van de reflector en de geluidsnelheid c van het tussenliggend medium eenduidig vast volgens relaties 2.2a,b en c.

Echter:

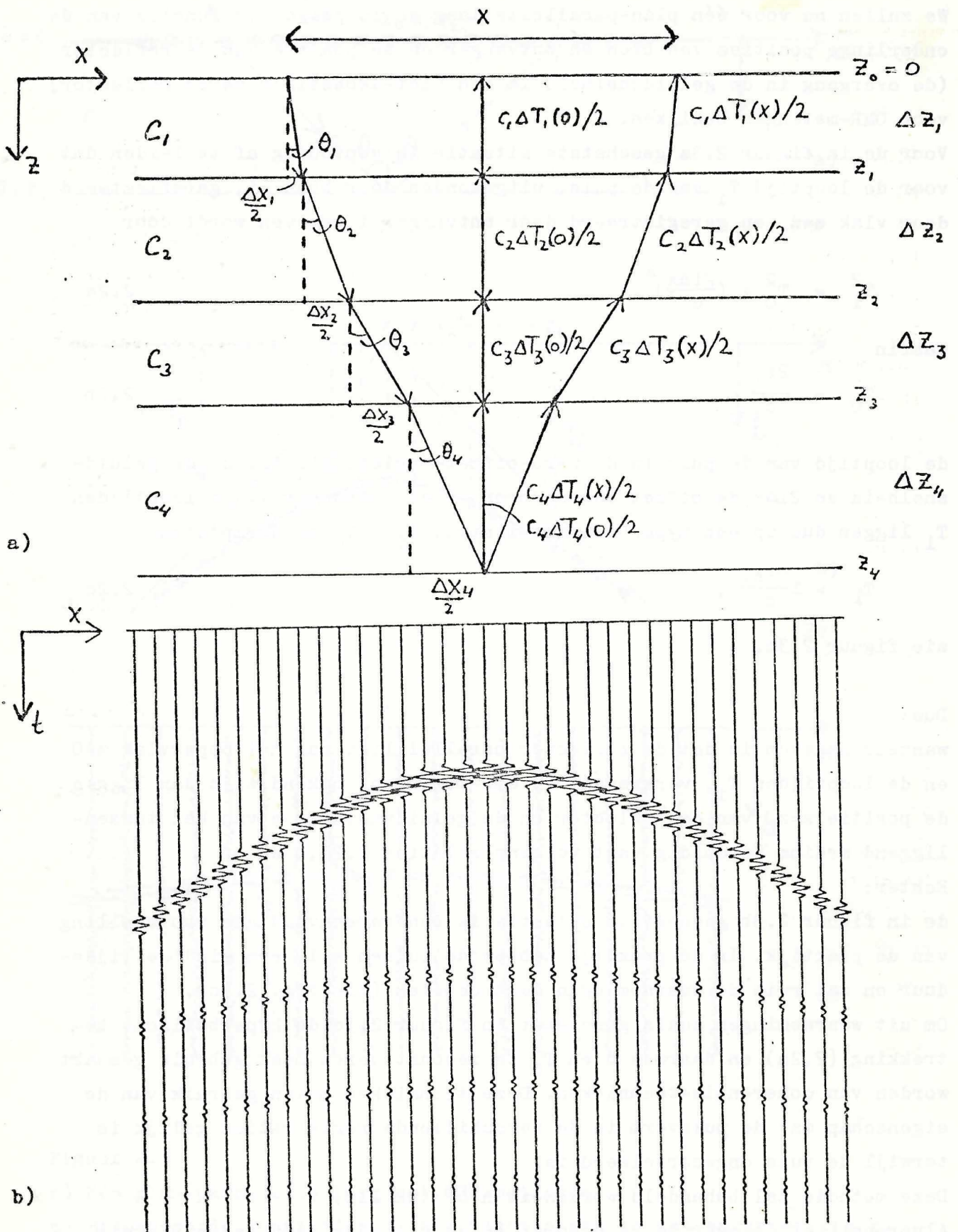
de in figuur 2.3b geschetste situatie is een vereenvoudigde voorstelling van de praktijk. In de praktijk hebben de pulsen n.l. een eindige tijdsduur en zal ruis de waarnemingen vertroebelen (zie fig. 2.3c).

Om uit waarnemingen zoals geschetst in figuur 2.3c de hyperbolische betrekking (2.2a) en daarmee c en T_0 te reconstrueren moet gebruik gemaakt worden van coherentie-technieken. Deze technieken maken gebruik van de eigenschap dat de pulsvorm in de verschillende registraties gelijk is terwijl de ruis ongecorreleerd is.

* Deze methode zal behandeld worden in hoofdstuk III.

Alvorens hiertoe over te gaan wordt in de volgende paragrafen van dit hoofdstuk onderzocht welke uitdrukking in complexere situaties de looptijd T_i als functie van x_i beschrijft en onder welke voorwaarden deze uitdrukking te benaderen is door, dan wel te transformeren is tot de in 2.2a gegeven eenvoudige hyperbolische betrekking.

* Deze transformatie wordt verwezenlijkt d.m.v. golfveldextrapolatie en is



Figuur 2.4

a) Parallel gelaagd systeem. (Merk op: $\Delta T_n(0)$ is de zero-offset looptijd van een puls die in laag n heen en weer loopt).

b) Bijbehorende CMP-registraties.

beschreven in hoofdstuk IV.

II.3 Een plan-parallel gelaagd systeem

We beschouwen een parallel gelaagd systeem zoals geschetst in figuur 2.4. We zullen de looptijd $T_N(x)$ bekijken van een puls die wordt uitgezonden op het vlak $z_0=0$, gereflecteerd wordt door het vlak $z=z_N$ en ontvangen wordt op $z_0=0$, met een offset x tussen bron en ontvanger. Zgn. "multiple reflections" (de puls gaat per laag meer dan één keer heen en weer) worden buiten beschouwing gelaten. Dit mag wanneer de transmissie per snelheidsovergang veel groter is dan de reflectie, dus wanneer de snelheidssprong relatief klein is.

In appendix A wordt afgeleid dat voor de looptijd $T_N(x)$ geldt:

$$T_N^2(x) = T_N^2(0) + \frac{x^2}{c_N^2} + O(x^4), \quad 2.3a$$

waarin

$$T_N(0) = \sum_{n=1}^N \Delta T_n(0) = \sum_{n=1}^N \frac{2\Delta z_n}{c_n} \quad 2.3b$$

en

$$\overline{c_N^2} = \frac{\sum_{n=1}^N c_n^2 \Delta T_n(0)}{T_N(0)}. \quad 2.3c$$

$O(x^4)$ stelt hogere orde termen in x (vanaf x^4) voor, $\overline{c_N^2}$ is het kwadraat van de effectieve geluidssnelheid tussen $z=0$ en $z=z_N$.

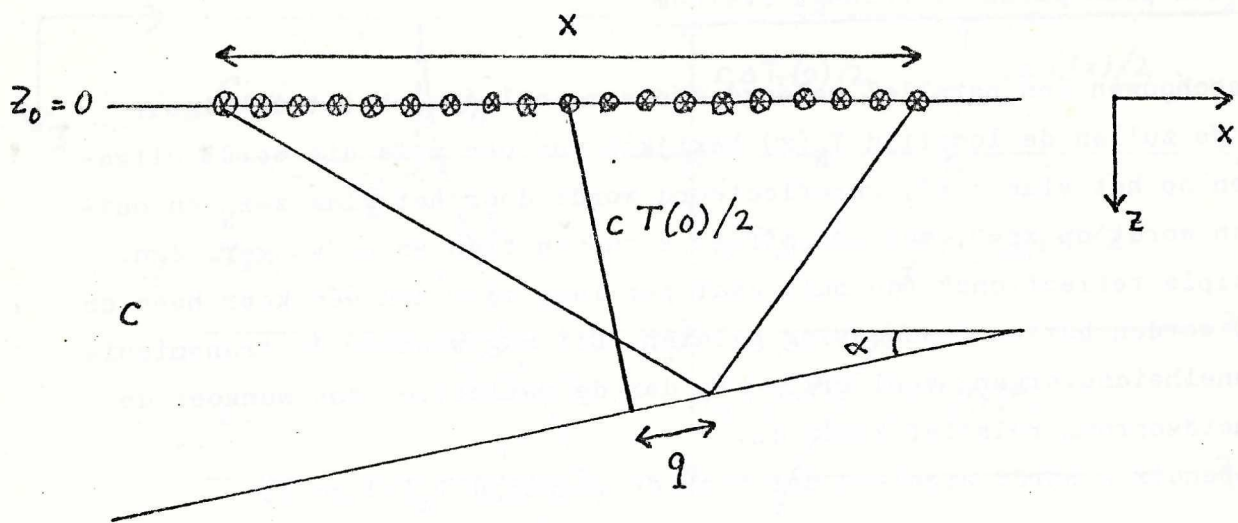
Wanneer we x niet te groot nemen dan heeft, met verwaarlozing van $O(x^4)$, relatie 2.3a dezelfde gedaante als relatie 2.2a, met dit verschil dat c^2 vervangen is door $\overline{c_N^2}$. Dit betekent dat m.b.v. de in hoofdstuk III beschreven coherentie-technieken uit de CMP-registraties $T_N(0)$ en $\sqrt{\overline{c_N^2}}$ voor $N = 1, 2, \dots$ bepaald kunnen worden.

De geluidssnelheid c_N per laag is te reconstrueren m.b.v. de recursieformule

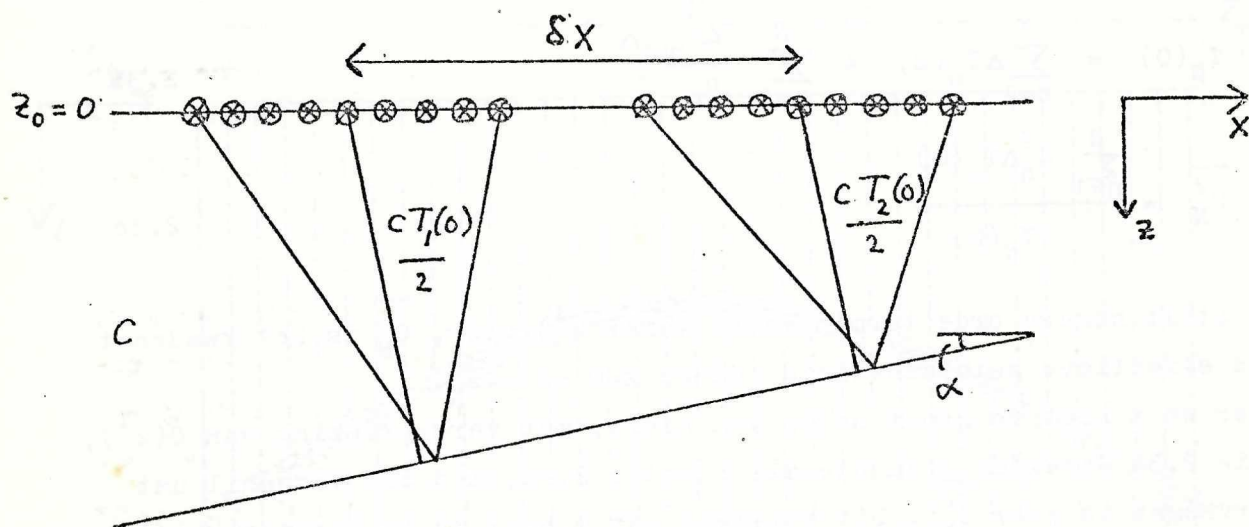
$$c_N^2 = \frac{\overline{c_N^2} T_N(0) - \overline{c_{N-1}^2} T_{N-1}(0)}{T_N(0) - T_{N-1}(0)}, \quad N > 1$$

$$c_N^2 = c_1^2 = \overline{c_1^2}, \quad N = 1 \quad 2.4$$

(te bewijzen door 2.3c met $\Delta T_N(0) = T_N(0) - T_{N-1}(0)$ in 2.4 te substitueren). Zie ook Taner & Koehler (2).



a)



b)

Figuur 2.5

a) Eén niet-plan-parallele laag. De "reflector" maakt een hoek α met het horizontale oppervlak. De schijnbare geluidssnelheid wordt gegeven door $c_s = c / \cos \alpha$.

b) Om zowel c als α te bepalen zijn minstens twee CMP-datasets nodig.

II.4 Een systeem bestaande uit één niet-plan-parallelle laag

We beschouwen een situatie met één scheve reflector zoals geschetst in figuur 2.5a. De looptijd $T(x)$ van een puls die wordt uitgezonden op $z_0=0$, gereflecteerd wordt door de scheve reflector en ontvangen wordt op $z_0=0$, met een offset x tussen bron en ontvanger, wordt gegeven door

$$T^2(x) = T^2(0) + \frac{x^2}{c_s^2} \tag{2.5a}$$

met

$$c_s = \frac{c}{\cos \alpha} \tag{2.5b}$$

Relatie 2.5 wordt afgeleid in appendix B.1.

Opmerking

Relatie 2.5 is exact!

Omdat 2.5a dezelfde gedaante heeft als 2.2a, met c_s i.p.v. c , wordt c_s de schijnbare geluidssnelheid genoemd. Dit impliceert dat de CMP-dataset niet te onderscheiden is van de CMP-dataset behorende bij een plan-parallelle laag met dezelfde $T(0)$ en snelheid c_s i.p.v. c .

M.b.v. de in hoofdstuk III beschreven coherentietechnieken kunnen we $T(0)$ en c_s bepalen. Als α bekend is kunnen we m.b.v. relatie 2.5b tevens c bepalen. Is α onbekend dan lukt het niet om m.b.v. één CMP-dataset de geluidssnelheid c te bepalen. Wanneer we een tweede CMP-dataset tot onze beschikking hebben, waarvan het middelpunt x_0 op een andere plaats ligt als bij de eerste dataset, bijv. δx naar rechts, dan is het in principe mogelijk α en daarmee c te bepalen.

We vinden m.b.v. de tweede dataset weer dezelfde waarde voor c_s , de looptijd $T_2(0)$ van de zero-offset-registratie is echter ongelijk aan $T_1(0)$ van de eerste CMP-dataset (zie fig. 2.5b).

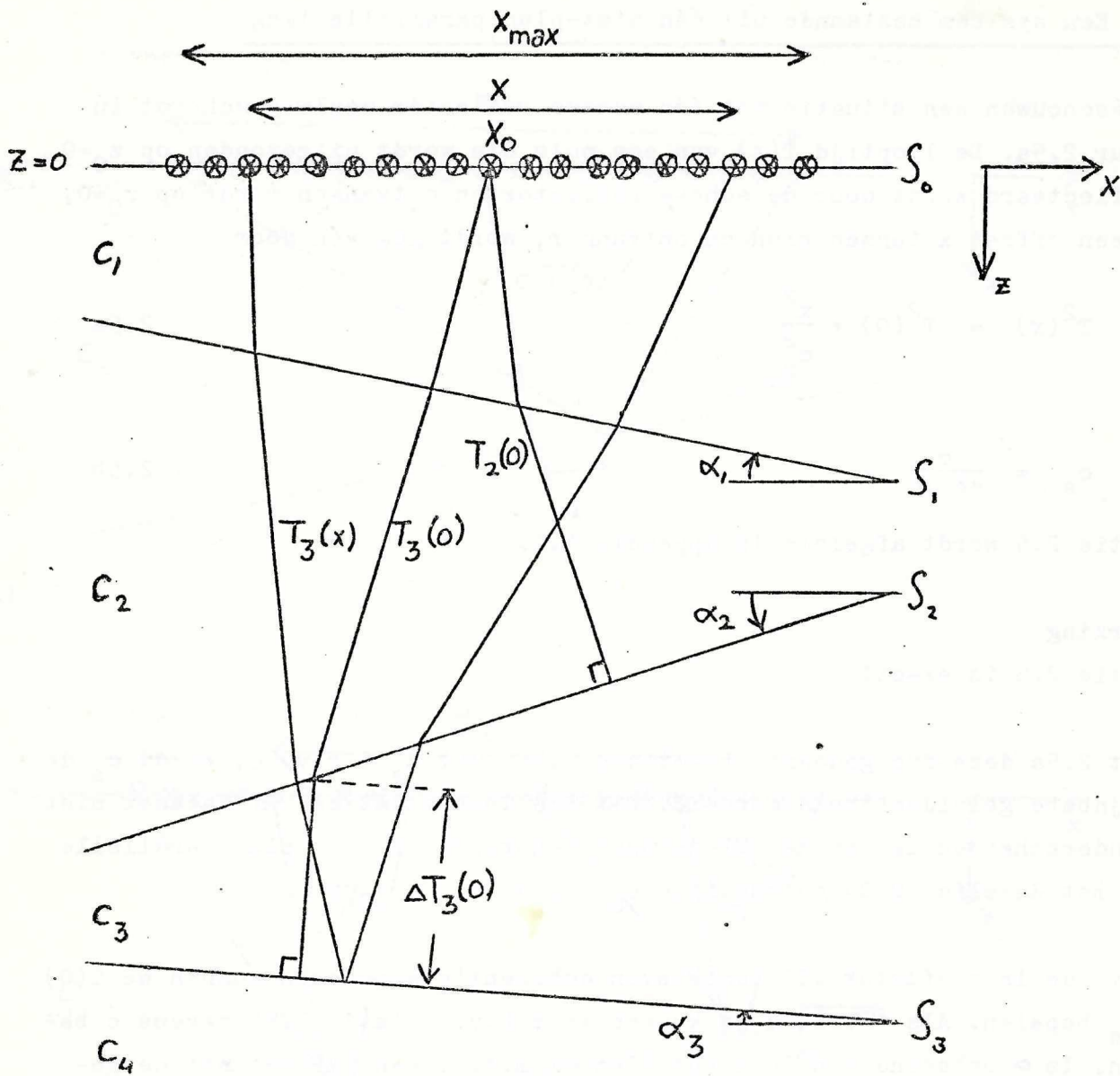
Eenvoudig is af te leiden dat voor α en c geldt

$$\alpha = \text{atan} \left(\frac{(T_1(0) - T_2(0))c_s}{2\delta x} \right), \tag{2.6a}$$

$$c = c_s \cos \alpha \tag{2.6b}$$

Opmerking

Het lijkt voldoende i.p.v. een tweede CMP-dataset alleen één extra zero-offset-registratie te gebruiken, immers c_s is reeds bekend. Echter: de



Figuur 2.6

Scheef gelaagd systeem.

(De looptijden staan bij de golfpaden aangegeven).

Merk op: $\Delta T_3(0) \neq T_3(0) - T_2(0)$.

coherentie-technieken uit hoofdstuk III zullen, toegepast op de tweede CMP-dataset, nauwkeuriger waarde van $T_2(0)$ opleveren dan uit één zero-offset-registratie te verkrijgen is (denk aan ruis, eindige pulsduur).

Als extra informatie wordt hier nog gegeven hoe de afstand q in figuur 2.5a, n.l. de afstand waarover het "reflectiepunt" van het golfpad bij toenemende x verloopt, samenhangt met x , α , c en $T(0)$:

$$q = \frac{x^2 \sin \alpha \cos \alpha}{2cT(0)}, \quad 2.7$$

q is maximaal voor $\alpha = \pi/4$, n.l. $q_{\max} = x^2/4cT(0)$.

Bijvoorbeeld: $x = 1000$ m

$$T(0) = 2.5 \text{ s}$$

$$c = 2000 \text{ m/s}$$

dan: $q_{\max} = 50$ m.

De afstand q speelt een rol wanneer de reflector niet vlak is: q is een maat voor de afstand waar binnen de reflector bij benadering vlak moet zijn. In dit verslag wordt hier verder niet op ingegaan.

Relatie 2.7 wordt in appendix B.2 afgeleid.

II.5 Een niet-plan-parallel gelaagd systeem

De looptijden $T_N(x)$ in de CMP-registraties behorende bij een scheef gelaagd systeem zoals geschetst in figuur 2.6 zijn niet eenvoudig als functie van x te beschrijven. Relatie 2.3, behorende bij een parallel gelaagd systeem, voldoet hier niet, immers: de looptijd van een puls door één laag is bij een offset $x \neq 0$ heen en terug verschillend. Wanneer de hoeken α_N niet te groot zijn zal $T_N(x)$ te benaderen zijn door

$$T_N^2(x) = T_N^2(0) + \frac{x^2}{c_N^2} \quad \text{voor } x < x_{\max}, \quad 2.8$$

echter: $\sqrt{c_N^2}$, te bepalen met de in III beschreven coherentietechnieken, zal sterk afhankelijk zijn van x_{\max} . Terugrekenen van de snelheid c_N per laag volgens

$$c_N^2 = \frac{c_N^2 \cos^2 \alpha_N T_N(0) - c_{N-1}^2 \cos^2 \alpha_{N-1} T_{N-1}(0)}{T_N(0) - T_{N-1}(0)}, \quad N > 1$$

$$c_N^2 = c_1^2 = c_1^2 \cos^2 \alpha_1, \quad N = 1 \quad 2.9$$

introduceert opnieuw een fout omdat $\Delta T_N(0) \neq T_N(0) - T_{N-1}(0)$, (vergelijk rel. 2.4). Wanneer tevens de hoeken α_N onbekend zijn wordt het nog moei-

lijker de geluidsnelheid per laag te berekenen.

Bovenstaande beschouwingen leiden tot de conclusie dat het noodzakelijk is om voor niet-plan-parallelle lagen een alternatieve procedure te ontwikkelen.

Gelukkig hebben we in hoofdstuk II.4 gevonden dat we de snelheid in de eerste laag in principe wel exact kunnen bepalen (immers: relatie 2.8 en 2.9 zijn exact voor $N=1$).

De procedure om de geluidsnelheid in alle lagen te vinden is als volgt:

1. bepaal de geluidsnelheid in de eerste laag m.b.v. relatie 2.8 en 2.9 voor $N=1$,
2. extrapoleer de CMP-dataset naar de eerste reflector, gebruik de onder 1 gevonden geluidsnelheid,
3. bepaal m.b.v. de geëxtrapoleerde CMP-dataset de geluidsnelheid in de tweede laag m.b.v. relatie 2.8 en 2.9 voor $N=1$,
4. extrapoleer de CMP-dataset naar de tweede reflector, gebruik de onder 3 gevonden geluidsnelheid,

zet dit proces voort tot het gehele systeem doorlopen is.

ad 1,3 α hoeft niet bekend te zijn, er zijn dan minstens twee CMP-datasets nodig.

ad 2,4 Een algoritme voor de achterwaartse extrapolatie van een CMP-dataset wordt in hoofdstuk IV afgeleid. Het resultaat van deze extrapolatie is een CMP-dataset "geregistreerd" op de eerst volgende reflector. Afhankelijk van de nauwkeurigheid van de extrapolatie kan de geluidsnelheid van de volgende laag (d.i. de eerste laag in de geëxtrapoleerde situatie, dus de looptijden $T(x)$ voldoen aan de hyperbolische betrekking) bepaald worden.

III Coherentietechnieken

In hoofdstuk II.2 hebben we gezien dat het verrichten van CMP-metingen in een systeem bestaande uit één plan-parallelle laag (geluidsnelheid c , diepte z) een serie signalen (registraties) oplevert met in het i^e signaal een puls op tijdstip T_i , gegeven door

$$T_i^2 = T_0^2 + \left(\frac{2i\Delta x}{c}\right)^2 \tag{2.2a}$$

waarin

$$T_0 = \frac{2z}{c} \tag{2.2b}$$

en waarin Δx de afstand tussen de bron/ontvangers voorstelt (zie fig. 2.3). Dit hoofdstuk is gewijd aan coherentietechnieken die het mogelijk maken, gegeven de signalen, de looptijden T_i te bepalen, zodat c en T_0 (en daarmee z) gevonden kunnen worden.

Opmerking

Door de eindige duur van de pulsen krijgt de uitdrukking "tijdstip van de puls" een niet-éénduidige betekenis. We houden deze uitdrukking toch aan en bedoelen ermee het tijdstip waarop een ideale diracpuls zou optreden. Wanneer er sprake is van nulfase-pulsen bedoelen we dus het tijdstip precies halverwege de puls, dus het maximum.

III.1 Algemeen principe

Stel de in de inleiding gegeven signalen worden gegeven door $f_i(t)$, $0 \leq i < N$. De signalen zijn qua vorm aan elkaar gelijk, ze zijn echter in de tijd t.o.v. elkaar verschoven, de amplitude is niet voor alle signalen gelijk en de ruis in de verschillende signalen is ongecorrleerd. Beschouw nu

$$E_a(\tau_0, \tau_1, \tau_2 \dots \tau_{N-1}) = \sum_t \left[\sum_{i=0}^{N-1} g_i(t) \right]^2 \tag{3.1a}$$

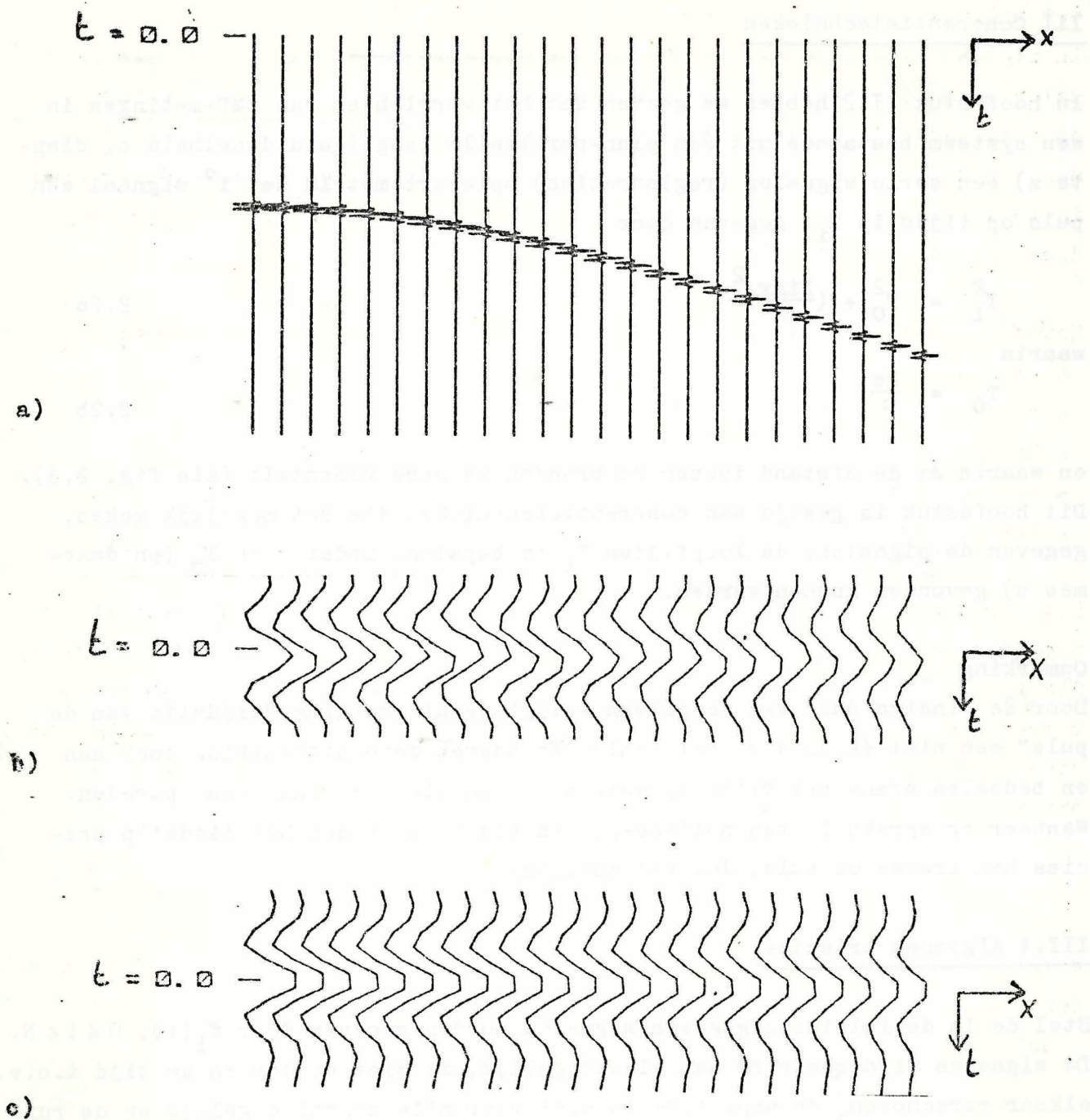
met

$$g_i(t) = f_i(t + \tau_i).$$

E_a is de coherentiefunctie van de N signalen $g_i(t)$. (De t -sommatie wordt in principe over de gehele signaallengte uitgevoerd).

Deze functie E_a is maximaal wanneer alle signalen $g_i(t)$ voor $0 \leq i < N$ op een constante factor na identiek zijn. Dit wordt bewezen in appendix C.

Daar $g_i(t)$ het over een tijd τ_i verschoven signaal $f_i(t)$ voorstelt treedt



Figuur 3.1

- a) De CMP-data $f_i(t)$ voor $i=0,1 \dots N-1$
- b) De in de tijd verschoven signalen $g_i(t) = f_i(t+z_i)$,
met $z_i = T_i$ voor $i = 0,1 \dots N-1$
- c) Als b, hier is echter de tijdverschuiving verwezenlijkt
d.m.v. een lineaire fasedraaiing in het f -domein
- De coherentiefunctie E zal voor de coherente signalen in c) maximaal zijn.
- Merk op dat de schaal van de tijdas in b) en c) anders is dan in a).

dit maximum op wanneer voor $0 \leq i < N$ geldt: $\tau_i = T_i$, het tijdstip van de puls in signaal $f_i(t)$, (zie fig. 3.1a,b). (Verschillen in de amplitudes van de signalen en ruis hebben wel invloed op de waarde van het maximum, echter niet op de plaats hiervan).

Merk op dat voor de coherentieberekening volgens relatie 3.1a het voldoende is te kunnen beschikken over de signalen f_i , $i \geq 0$. Dit verklaart de enkelzijdige hyperbool in figuur 3.1a.

Het zoeken naar de tijden T_i komt dus neer op de volgende procedure:

- * kies waarden voor $\tau_0 \dots \tau_{N-1}$,
- * bereken E_a ,
- * herhaal dit voor verschillende combinaties $\tau_0 \dots \tau_{N-1}$,
- * het resultaat is een N-dimensionale functie E_a ,
- * het maximum van E_a treedt op als $\tau_0 = T_0, \tau_1 = T_1, \tau_2 = T_2 \dots \tau_{N-1} = T_{N-1}$.

Het berekenen van de N-dimensionale functie E_a is een enorm rekenintensief proces. Gelukkig kunnen we voor ons probleem E_a terugbrengen tot een tweedimensionale functie E_b , we veronderstellen n.l. een betrekking tussen de verschillende T_i , gegeven door relatie 2.2a. Dit betekent dat we in bovenstaande procedure de coherentiefunctie alleen hoeven te berekenen voor combinaties van $\tau_0 \dots \tau_{N-1}$ die voldoen aan

$$\tau_i^2 = \hat{T}_0^2 + \left(\frac{2i\Delta x}{\hat{c}}\right)^2 \tag{3.2}$$

waarin \hat{c} en \hat{T}_0 schatters voor resp c en T_0 voorstellen. Dus de N-dimensionale functie $E_a(\tau_0 \dots \tau_{N-1})$ is m.b.v. relatie 3.2 teruggebracht tot een tweedimensionale functie $E_b(\hat{T}_0, \hat{c})$:

$$E_b(\hat{T}_0, \hat{c}) = \sum_t \left[\sum_{i=0}^{N-1} g_i(t) \right]^2 \tag{3.1b}$$

met

$$g_i(t) = f_i(t + \tau_i)$$

waarin

$$\tau_i^2 = \hat{T}_0^2 + \left(\frac{2i\Delta x}{\hat{c}}\right)^2.$$

Het maximum van E_b treedt op als $\hat{T}_0 = T_0$ en $\hat{c} = c$. (Dus $\tau_i = T_i$ voor $0 \leq i < N$). Het is niet altijd nodig E_b te berekenen voor $0 \leq \hat{T}_0 \leq T_{0,max}$ en $0 \leq \hat{c} \leq c_{max}$, waarin $T_{0,max}$ de lengte van de signalen $f_i(t)$ en c_{max} de grootst voorkomende geluidssnelheid voorstelt. Van T_0 kunnen we i.h.a. aan de hand van het zero-offset-sig-naal reeds een schatting maken: $T_0 = \hat{T}_0 \pm \Delta \hat{T}_0$ en op basis van erva-

ring zal ook vaak een onder- en bovengrens c_{\min} , resp. c_{\max} voor de geluid-snelheid bekend zijn. Dus E_b hoeft slechts berekend te worden voor $\hat{T}_0 - \Delta\hat{T}_0 \leq \hat{T}_0 \leq \hat{T}_0 + \Delta\hat{T}_0$ en $c_{\min} \leq \hat{c} \leq c_{\max}$, hetgeen voornamelijk door de begrenzing van \hat{T}_0 een aanzienlijke rekenbesparing betekent.

Opmerking 1

Een genormeerde versie van E_b wordt gegeven door

$$E_b^N(\hat{T}_0, \hat{c}) = \frac{\sum_t \left[\sum_{i=0}^{N-1} g_i(t) \right]^2}{N \sum_t \sum_{i=0}^{N-1} g_i^2(t)}$$

Deze functie kan waarden tussen 0 en 1 aannemen. Voor identieke signalen $g_i(t)$ geldt: $E_b^N = 1$.

Opmerking 2

In de praktijk zal de sommatie over t in 3.1b over een eindig tijdinterval uitgevoerd worden. Om te voorkomen dat voor $t < 0$ gesommeerd moet worden, hetgeen kan optreden bij naar $t=0$ verschoven nul fase-pulsen met totale lengte t_p , moet $g_i(t)$ vervangen worden door $g_i(t) = f_i(t + \tau_i - t_p/2)$. Terwille van de duidelijkheid zullen we in het vervolg echter de notatie van 3.1b aanhouden.

III.2 Praktische problemen

III.2a Tijdverschuiving

Zoals uit relatie 3.1 blijkt maakt de coherentiefunctie E gebruik van in de tijd verschoven signalen $g(t) = f(t + \tau)$. In de praktijk zijn de signalen $f(t)$ bemonsterd met bemonsterinterval Δt , d.w.z. zij zijn slechts op discrete tijdstippen $t = k\Delta t$, k geheel, bekend. In het algemeen zal gelden: $\tau/m\Delta t$, m geheel. Dit betekent dat de verschuiving in het tijddomein van signaal $f(t)$ over een tijd τ ter verkrijging van $g(t)$ i.h.a. niet exact is uit te voeren. Dit is duidelijk waarneembaar in figuur 3.1b. Berekeningen aan modelsituaties hebben uitgewezen dat een exacte tijdverschuiving wel wenselijk is. Hieronder wordt beschreven hoe dit te realiseren is.

Volgens het tijdverschuivingstheorema (van den Bos (3)) komt een tijdverschuiving in het tijddomein overeen met een lineaire fasedraaiing in het frequentiedomein. Als de fouriergetransformeerde van $f(t)$ gegeven wordt door

$F(f)$, wat we noteren als

$$f(t) \xleftrightarrow{FT} F(f) \quad 3.3a$$

dan geldt voor de fouriergetransformeerde van $f(t+\tau)$

$$f(t + \tau) \xleftrightarrow{FT} F(f)\exp(j2\pi f\tau). \quad 3.3b$$

Dit betekent dat een tijdverschuiving τ exact kan worden uitgevoerd met de volgende procedure:

- * breng het signaal $f(t)$ m.b.v. een fouriertransformatie in het frequentiedomein, resultaat: $F(f)$,
- * vermenigvuldig $F(f)$ voor iedere frequentiecomponent afzonderlijk met $\exp(j2\pi f_i\tau)$, deze berekening is uiteraard exact, ook voor $\tau \neq m\Delta t$, m geheel,
- * breng het signaal $F(f)\exp(j2\pi f\tau)$ m.b.v. een inverse fouriertransformatie terug in het tijddomein, resultaat: $f(t+\tau)$.

In figuur 3.1c komt tot uiting dat een tijdverschuiving volgens deze methode nauwkeuriger resultaten oplevert.

III.2b Verscherping van het maximum

Beschouw nogmaals relatie 2.2:

$$T_i^2 = T_0^2 + \left(\frac{2i\Delta x}{c}\right)^2 \quad 2.2a$$

met

$$T_0 = \frac{2z}{c}. \quad 2.2b$$

Indien nu geldt

$$(2i\Delta x)^2 \ll (2z)^2, \text{ voor alle } i \text{ z.d.d. } 0 \leq i < N, \quad 3.4a$$

dan kan voor T_i geschreven worden

$$T_i \approx T_0 + \frac{(2i\Delta x)^2}{2c^2 T_0} \quad 3.4b$$

hetgeen een parabool voorstelt. Voor de tijdverschuiving τ_i geldt analoog

$$\tau_i \approx \hat{T}_0 + \frac{(2i\Delta x)^2}{2\hat{c}^2 \hat{T}_0} \quad 3.4c$$

We zien nu een lastig effect optreden!

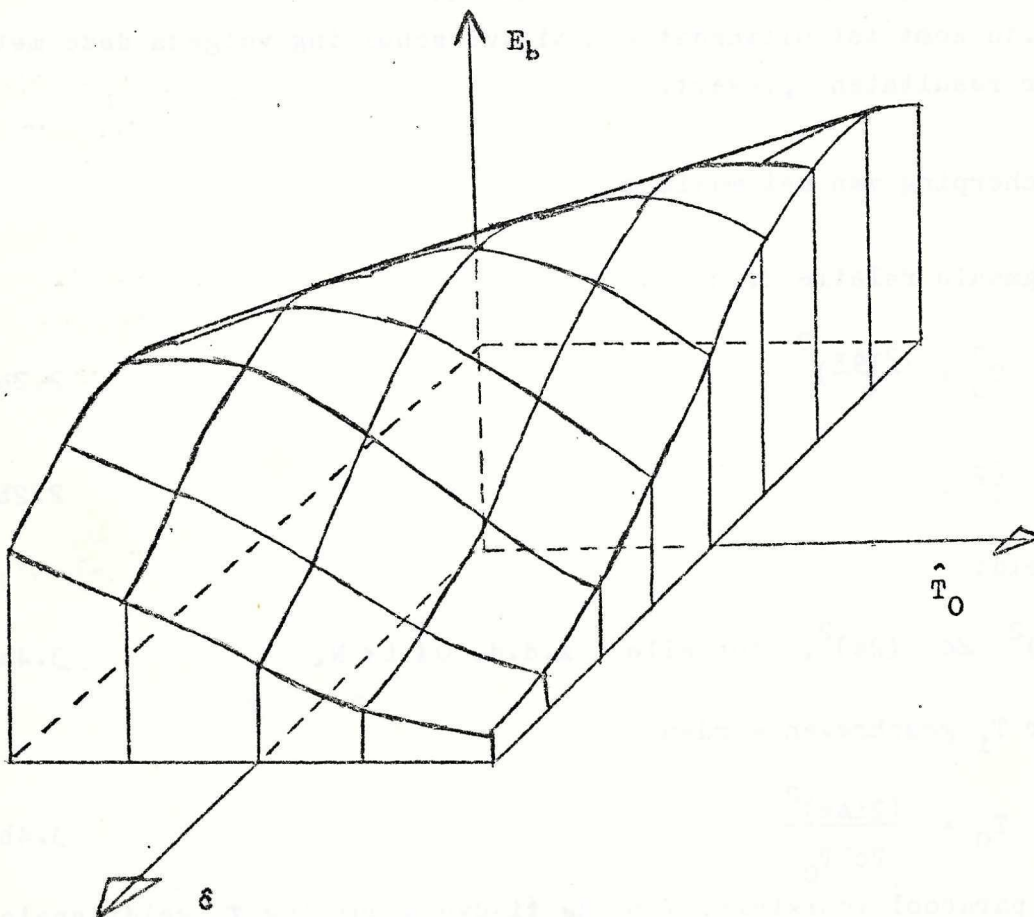
HIER VOLGT DE COHERENTIE ALS FUNKTIE VAN \hat{T}_0 EN \hat{c}

\hat{c}	$\hat{T}_0(s)$.980000E+00	.990000E+00	.100000E+01	.101000E+01	.102000E+01
1480.00 M/S	.350370E+00	.577408E+00	.114043E+01	.203408E+01	.299298E+01	
1485.00 M/S	.491818E+00	.103528E+01	.194420E+01	.296821E+01	.366400E+01	
1490.00 M/S	.909725E+00	.181386E+01	.288675E+01	.370705E+01	.382095E+01	
1495.00 M/S	.164819E+01	.275706E+01	.365315E+01	.393537E+01	.341123E+01	
1500.00 M/S	.256494E+01	.355339E+01	.394411E+01	.357116E+01	.260313E+01	
1505.00 M/S	.338357E+01	.388932E+01	.364796E+01	.277660E+01	.170056E+01	
1510.00 M/S	.374323E+01	.365273E+01	.289879E+01	.185930E+01	.971497E+00	
1515.00 M/S	.351650E+01	.296632E+01	.199045E+01	.110122E+01	.544596E+00	
1520.00 M/S	.281458E+01	.209765E+01	.120722E+01	.636016E+00	.379488E+00	

MAXIMALE COHERENTIE IS GEVONDEN VOOR:

C= 1500.000000 M/S

T0= .10000000E+01 S



Figuur 3.2

Voor gemiddelde data behorende bij een plan-parallele laag waarvoor geldt: $T_0 = 1s$ en $c = 1500 m/s$ is de coherentiefunctie E_b berekend. De figuur en de tabel tonen de functie voor $.98s \leq T_0 \leq 1.02s$ en $1480 m/s \leq c \leq 1520 m/s$. De waarden die minder dan 25% afwijken van het in de tabel dubbel onderstreepte maximum zijn enkel onderstreept.

Zoals reeds eerder opgemerkt vinden we het maximum van $E_b(\hat{T}_0, \hat{c})$ als geldt $\hat{T}_0 = T_0$ en $\hat{c} = c$ en dus $\tau_i = T_i$ voor $0 \leq i < N$.

Echter:

indien $\hat{c}^2 \hat{T}_0 = c^2 T_0$, terwijl $\hat{c} \neq c$ en $\hat{T}_0 \neq T_0$ vinden we voor τ_i

$$\tau_i \approx T_i + (\hat{T}_0 - T_0) \text{ voor } 0 \leq i < N. \quad 3.4d$$

Dit betekent dat behalve de correcte tijdverschuiving alle signalen nog een extra tijdverschuiving ondergaan, n.l.: $\hat{T}_0 - T_0$. Deze voor alle signalen gelijke tijdverschuiving heeft géén invloed op de coherentiefunctie $E_b(\hat{T}_0, \hat{c})$. (Bedenk dat de coherentiefunctie maximaal is wanneer de signalen "gelijk lopen"). Omdat de sommatie over t in principe over de gehele signaallengte wordt uitgevoerd zal E_b , toegepast op de signalen $g_i(t) = f_i(t + T_i)$, $0 \leq i < N$, dezelfde uitkomst geven als toegepast op de over een constante tijd verschoven signalen $g'_i(t) = f_i(t + T_i + \hat{T}_0 - T_0)$, $0 \leq i < N$.

Conclusie

De coherentiefunctie $E_b(\hat{T}_0, \hat{c})$ heeft geen scherp maximum voor $\hat{T}_0 = T_0$ en $\hat{c} = c$, maar een maximum dat zich uitstrekt langs de kromme $\hat{c}^2 \hat{T}_0 = c^2 T_0$ (=constant).

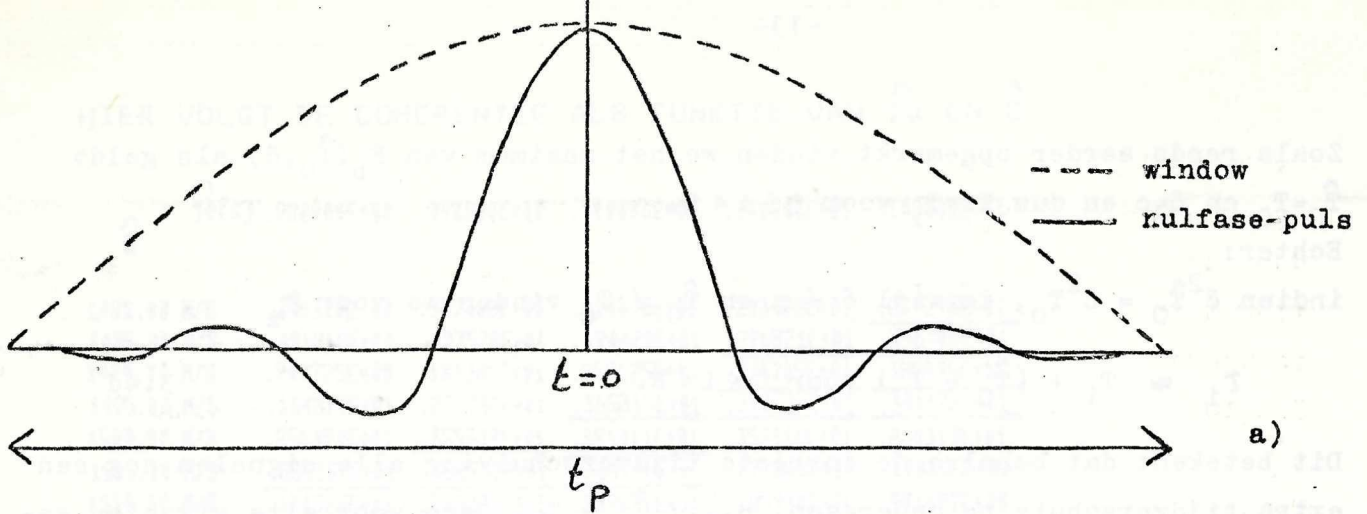
Dit geldt uiteraard slechts zolang aan de vooronderstelling 3.4a voldaan is. Wanneer hieraan slechts gedeeltelijk voldaan is (grote $N\Delta x$) zal de functie $E_b(\hat{T}_0, \hat{c})$ aan beide zijden van het maximum (T_0, c) langs genoemde kromme langzaam afnemen. Een scherp maximum wordt op deze manier echter niet verkregen. Figuur 3.2 illustreert het bovenstaande.

Oplossingen

i) Zoals reeds is opgemerkt heeft de constante tijdverschuiving $\hat{T}_0 - T_0$ geen invloed op de coherentiefunctie $E_b(\hat{T}_0, \hat{c})$ t.g.v. de ongewogen sommatie over t over de gehele signaallengte. We kunnen hier verbetering in aanbrengen door een weegfunctie in de t -sommatie aan te brengen. Indien we er van uitgaan dat de pulsvorm symmetrisch en nulfase is dan stellen de signalen $g_i(t) = f_i(t + \tau_i)$, met $\tau_i = T_i$ (de correcte tijdverschuiving) voor $0 \leq i < N$, symmetrische nulfase-pulsen rond $t=0$ voor. Vervang nu $E_b(\hat{T}_0, \hat{c})$ door

$$E_c(\hat{T}_0, \hat{c}) = \sum_{t=-\frac{t_p}{2}}^{\frac{t_p}{2}} \cos^2\left(\pi \frac{t}{t_p}\right) \left[\sum_{i=0}^{N-1} g_i(t) \right]^2 \quad 3.1c$$

waarvan $g_i(t)$ in 3.1b gedefinieerd is en t_p de totale pulslengte voorstelt. Toepassing van E_c betekent dat we een symmetrisch cosinuswindow rond $t=0$ aanbrengen (met een lengte t_p waarbinnen de nulfase-puls past). De in 3.1c gedefinieerde coherentiefunctie is maximaal indien de pulsen $g_i(t)$

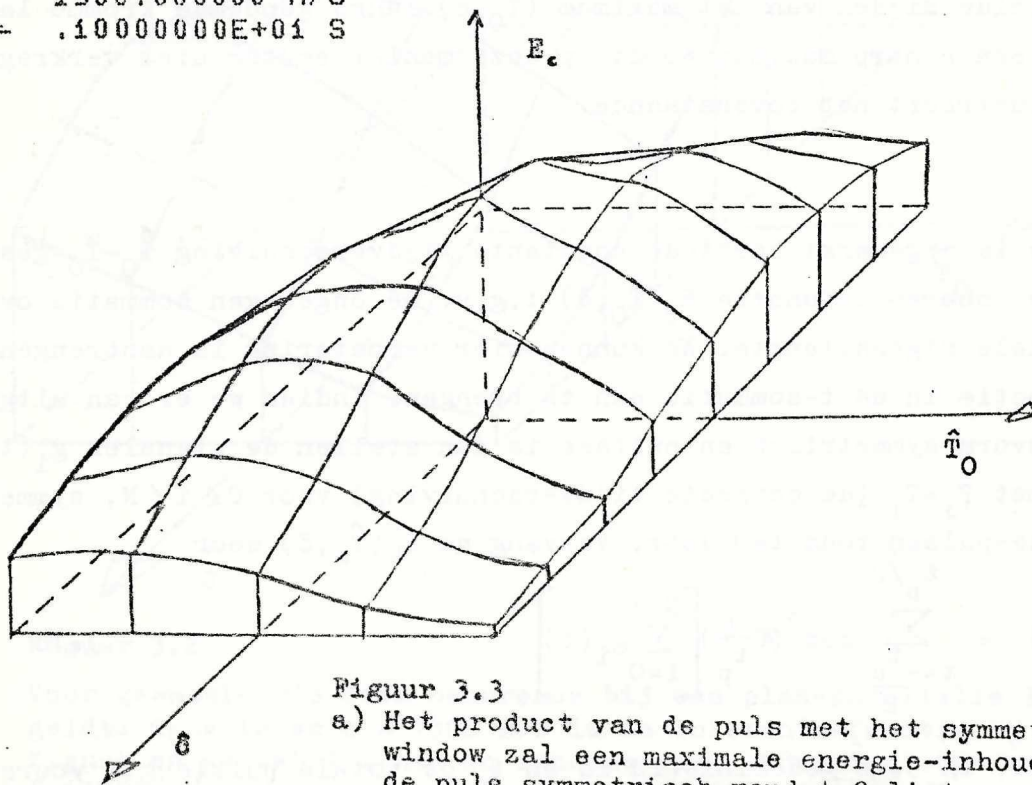


HIER VOLGT DE COHERENTIE ALS FUNKTIE VAN \hat{T}_0 EN \hat{C}

\hat{C}	\hat{T}_0 (s)	.980000E+00	.990000E+00	.100000E+01	.101000E+01	.102000E+01
1480.00 M/S		.819081E-01	.281466E+00	.711413E+00	.102573E+01	.874940E+00
1485.00 M/S		.127315E+00	.574268E+00	.127868E+01	.160430E+01	.121373E+01
1490.00 M/S		.333017E+00	.112356E+01	.202288E+01	.216757E+01	.143489E+01
1495.00 M/S		.701249E+00	.179097E+01	.266991E+01	.245842E+01	.141119E+01
1500.00 M/S		.111281E+01	.230681E+01	.292237E+01	.231800E+01	.113370E+01
1505.00 M/S		.139029E+01	.244049E+01	.266217E+01	.180440E+01	.726336E+00
1510.00 M/S		.141852E+01	.215433E+01	.202915E+01	.115294E+01	.361101E+00
1515.00 M/S		.121325E+01	.161471E+01	.131228E+01	.615129E+00	.148043E+00
1520.00 M/S		.894353E+00	.106141E+01	.758800E+00	.314026E+00	.877127E-01

MAXIMALE COHERENTIE IS GEVONDEN VOOR:

C= 1500.000000 M/S
 $T_0 = .10000000E+01$ S



Figuur 3.3

- a) Het product van de puls met het symmetrisch cosinus-window zal een maximale energie-inhoud hebben indien de puls symmetrisch rond $t=0$ ligt.
- b) Voor de CMP-data die bij figuur 3.2 beschreven zijn is de coherentiefunctie E_c berekend. De waarden die minder dan 25% afwijken van het maximum zijn onderstreept. Het is duidelijk waarneembaar dat het maximum scherper is dan in figuur 3.2.

* "gelijk lopen" en

* symmetrisch rond $t=0$ liggen,

dus indien $\hat{c}=c$ en $\hat{T}_0=T_0$. De tweede voorwaarde komt voort uit de weegfunctie en is uitgebeeld in figuur 3.3a. Een berekening volgens relatie 3.1c is weergegeven in figuur 3.3b. Een vergelijking tussen figuur 3.3b en fig. 3.2 toont dat toepassing van het cosinuswindow een scherper maximum levert.

Opmerking

Een algemenere methode wordt verkregen door het cosinuswindow te vervangen door de omhullende van de puls. De eis dat de signalen nulfase moeten zijn komt dan te vervallen. Dit moet nog verder onderzocht worden.

- ii) Een tweede methode ter verscherping van het maximum in E_b kan toegepast worden wanneer de (ruisvrije) systeemresponsie $s(t)$ beschikbaar is, d.i. een puls op $t=0$ waarin het bronsignaal en de totale ontvangerkarakteristiek verwerkt zijn. De pulsvorm is dus van dezelfde gedaante als de pulsen in de signalen $f_i(t)$, echter ruisarm t.o.v. $f_i(t)$. Verder eisen we dat de amplitude van $s(t)$ van dezelfde grootteorde is als de amplitude van $f_0(t)$. De invloed van het medium (absorbtie) op de puls wordt verwaarloosd. De procedure is nu als volgt:

Definieer $h(\hat{T}_0, \hat{c}, t)$ volgens

$$h(\hat{T}_0, \hat{c}, t) = \sum_{i=0}^{N-1} g_i(t), \quad 3.5$$

waarin $g_i(t)$ in 3.1b gedefinieerd is. Nu stelt $\frac{1}{N}h(T_0, c, t)$, d.i. $\frac{1}{N}h(\hat{T}_0, \hat{c}, t)$ met $\hat{T}_0=T_0$ en $\hat{c}=c$ (dus de correcte tijderschuiving $\tau_i=T_i$ voor $0 \leq i < N$ is toegepast), een puls op $t=0$ voor met de zelfde vorm als de systeemresponsie $s(t)$. Een coherentieberekening analoog aan 3.1b toegepast op de signalen $h(\hat{T}_0, \hat{c}, t)$ en $Ns(t)$ volgens

$$E_d(\hat{T}_0, \hat{c}) = \sum_t \left[h(\hat{T}_0, \hat{c}, t) + Ns(t) \right]^2 \quad 3.1d$$

zal dus een maximum vertonen voor $\hat{T}_0=T_0$ en $\hat{c}=c$. Wanneer we E_d vergelijken met E_b volgens relatie 3.1b, die we kunnen herschrijven als

$$E_b(\hat{T}_0, \hat{c}) = \sum_t \left[h(\hat{T}_0, \hat{c}, t) \right]^2, \quad 3.1b'$$

dan is het niet moeilijk in te zien dat E_b een scherper maximum zal vertonen. De functie E_b kunnen we interpreteren als een criterium voor het "gelijk lopen" van de signalen $g_i(t)$, E_d interpreteren we als een criterium voor het "op de juiste tijd" ($t=0$) gelijklopen van de signalen $g_i(t)$.

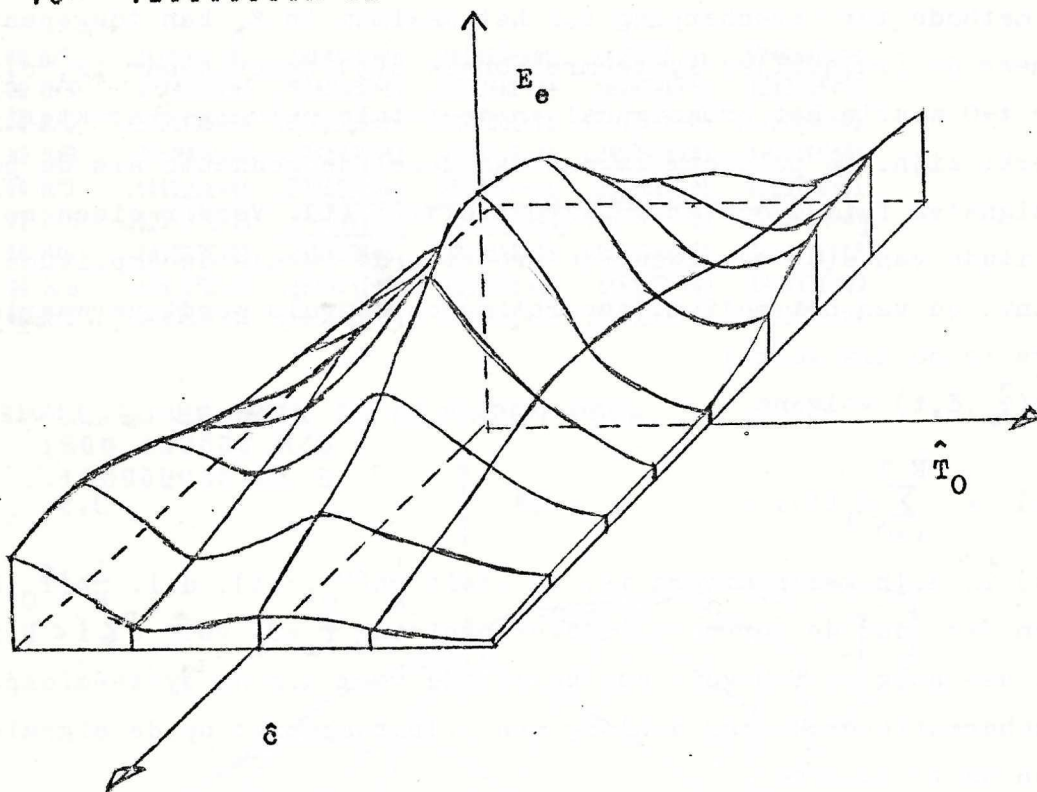
HIER VOLGT DE COHERENTIE ALS FUNKTIE VAN \hat{T}_0 EN \hat{C}

\hat{C}	$\hat{T}_0(s)$.980000E+00	.990000E+00	.100000E+01	.101000E+01	.102000E+01
1480.00 M/S		.240755E-03	.576675E-03	.137763E-02	.582158E-03	.343438E-02
1485.00 M/S		.296288E-03	.118446E-02	.292129E-02	.901157E-03	.382606E-02
1490.00 M/S		.414048E-03	.219820E-02	.546177E-02	.158211E-02	.315024E-02
1495.00 M/S		.580771E-03	.313541E-02	<u>.813752E-02</u>	.257809E-02	.193513E-02
1500.00 M/S		.982618E-03	.329694E-02	<u>.930106E-02</u>	.329203E-02	.100725E-02
1505.00 M/S		.190154E-02	.257653E-02	<u>.811818E-02</u>	.313265E-02	.596174E-03
1510.00 M/S		.310845E-02	.159336E-02	.550420E-02	.223520E-02	.428218E-03
1515.00 M/S		.380912E-02	.921728E-03	.303591E-02	.125652E-02	.313431E-03
1520.00 M/S		.350699E-02	.601995E-03	.149823E-02	.640553E-03	.252652E-03

MAXIMALE COHERENTIE IS GEVONDEN VOOR:

$C = 1500.000000$ M/S

$T_0 = .10000000E+01$ S



Figuur 3.4

Voor de CMP-data die bij figuur 3.2 beschreven zijn is de coherentiefunctie E_e berekend. De waarden die minder dan 25% afwijken van het maximum zijn onderstreept.

Merk op dat alleen in de kolom $\hat{T}_0 = 1$ s nog onderstreepte waarden voorkomen. Dit duidt op een relatief zeer scherp maximum.

Het product E_e van beide functies:

$$E_e(\hat{T}_0, \hat{c}) = E_b(\hat{T}_0, \hat{c})E_d(\hat{T}_0, \hat{c}) \quad 3.1e$$

levert een zeer scherp maximum voor $\hat{T}_0 = T_0$ en $\hat{c} = c$. Een berekening volgens relatie 3.1e is weergegeven in figuur 3.4.

Opmerking

Wanneer we E_d volgens relatie 3.1d vervangen door de genormaliseerde correlatiecoëfficiënt volgens

$$E_d^N(\hat{T}_0, \hat{c}) = \frac{\sum_t h(\hat{T}_0, \hat{c}, t)s(t)}{\sqrt{\sum_t h^2(\hat{T}_0, \hat{c}, t) \sum_t s^2(t)}}$$

dan komt de eis over de grootteorde van de amplitude van $s(t)$ te vervallen. Tevens zal deze functie een scherper maximum vertonen dan E_d omdat de autocorrelatie van de signalen h en s hier buiten beschouwing gelaten wordt. Dit moet nog verder onderzocht worden.

Conclusie

De in het begin van III.2b geconstateerde versmering van het maximum van de coherentiefunctie E_b kan op twee manieren tegengewerkt worden:

- i Wanneer de pulsen nulfase zijn kan een symmetrisch cosinuswindow worden toegepast. Wanneer de systeemresponsie $s(t)$ aanwezig is kan daaruit de omhullende bepaald worden die het cosinuswindow vervangt. De pulsen hoeven dan niet nulfase te zijn.
- ii Behalve dat uit de systeemresponsie de omhullende bepaald wordt kan de systeemresponsie zelf gecorreleerd worden met $h(\hat{T}_0, \hat{c}, t)$ ter verscherping van het maximum.

Toepassing van de onder ii) beschreven methode heeft de beste verscherping tot gevolg.

III.2c Jitter

Naast de in III.2a en III.2b gesignaleerde problemen die direct uit de in III.1 beschreven theorie volgen, wordt hier nog een probleem beschreven dat inherent is aan de praktische situatie.

Door verschillende oorzaken (kleine snelheidsvariatiën binnen een homogeen veronderstelde laag, slechte triggering van het meetsysteem) kunnen random verdeelde looptijd fouten in de registraties optreden.

Dit effect duiden we aan met de term jitter.

Wanneer dit effect te sterk wordt zullen de in dit hoofdstuk beschreven coherentietechnieken het laten afweten. We zijn dan aangewezen op een andere methode die gebruik maakt van kruiscorrelatiefuncties. Deze methode wordt uitgebreid behandeld door Prinzen (6). De methode komt in het kort neer op de volgende procedure:

- * bepaal voor de N signalen $N(N-1)/2$ kruiscorrelatiefuncties (d.w.z. voor iedere combinatie van twee registraties wordt de kruiscorrelatie berekend), hieruit volgen $N(N-1)/2$ looptijdverschillen,
- * m.b.v. een kleinste kwadraten criterium wordt het aantal onderlinge looptijdverschillen teruggebracht tot $N-1$ looptijdverschillen θ_i tussen registratie i en de zero-offset-registratie,
- * veronderstel dat de looptijd T_0 van de zero-offset-registratie bekend is, bepaal de looptijd T_i behorende bij de i^e registratie volgens

$$T_i = T_0 + \theta_i,$$

- * herschrijf 2.2a als

$$Y_i = AX_i + B$$

met

$$Y_i = T_i^2$$

$$X_i = (2i\Delta x)^2$$

$$A = 1/c^2$$

$$B = T_0^2$$

en bereken A en B (dus c en T_0) m.b.v. een kleinste kwadraten lineaire regressie methode,

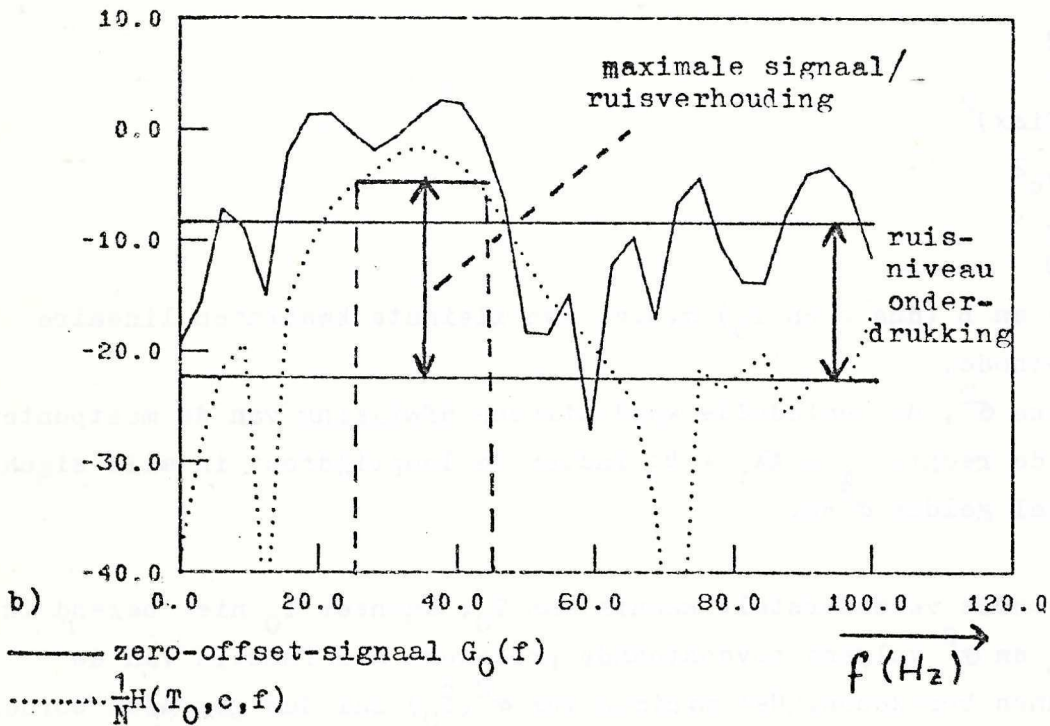
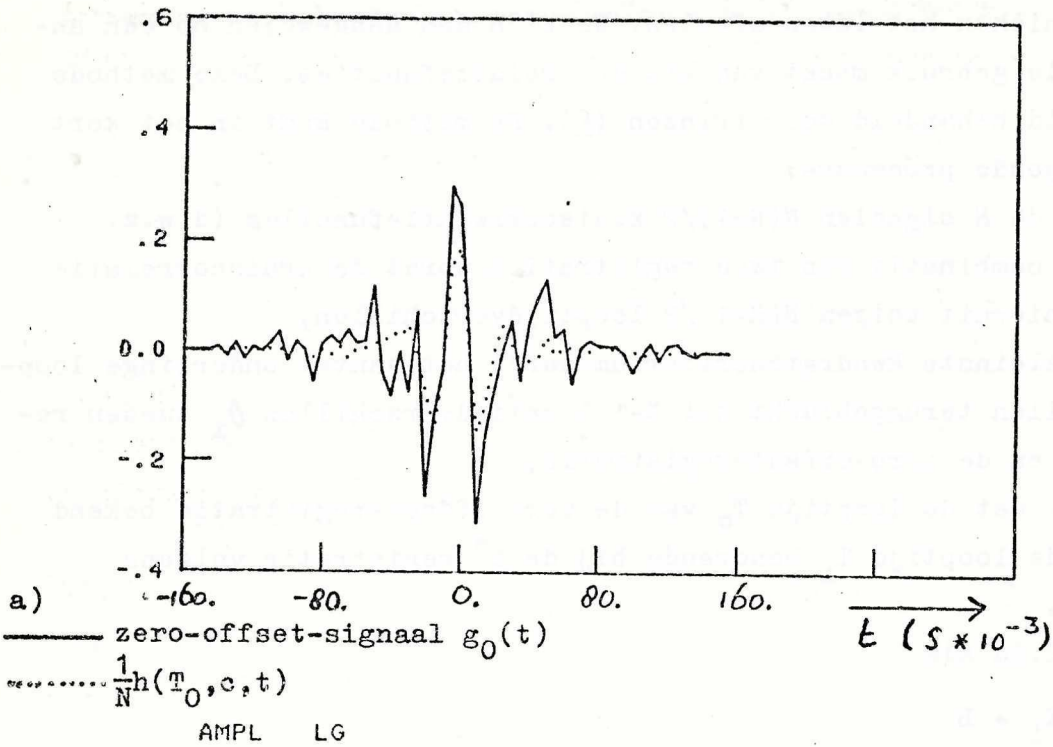
- * bereken tevens σ^2 , de gemiddelde kwadratische afwijking van de meetpunten (X_i, Y_i) van de rechte $Y_i = AX_i + B$; indien de looptijdfout in alle signalen nul is zal gelden $\sigma^2=0$.

Bovenstaande methode veronderstelt kennis van T_0 . Wanneer T_0 niet bekend is zouden we c, T_0 en σ^2 volgens bovenstaande procedure als functie van de schatter \hat{T}_0 kunnen berekenen. Het minimum van $\sigma^2(\hat{T}_0)$ zal dan gevonden worden bij $\hat{T}_0=T_0$, bij dit minimum horen tevens de juiste waarden van c en T_0 . (Indien de looptijdfout in alle signalen nul is zal voor dit minimum gelden $\sigma^2(T_0)=0$.) Om de zelfde reden (genoemd in III.2b) dat $E(\hat{T}_0, \hat{c})$ geen scherp maximum vertoont zal $\sigma^2(\hat{T}_0)$ geen scherp minimum vertonen. De in III.2b voorgestelde methoden ter verscherping van het maximum van $E(\hat{T}_0, \hat{c})$ kunnen niet gebruikt worden ter verscherping van het minimum van $\sigma^2(\hat{T}_0)$.

Conclusie

Indien in de CMP-registraties zich een random verdeelde looptijdfout voordoet

AMPL



Figuur 3.5

Vergelijking tussen het zero-offset-sigitaal en het gemiddelde van de in de tijd verschoven signalen f_i , resp F_i , voor $0 \leq i < N$.

De correcte tijdverschuiving is toegepast, dus $\hat{T}_0 = T_0$ en $\hat{c} = c$.

De coherentieberekening in het f -domein is in de in b) aangegeven frequentieband uitgevoerd, omdat daar de signaal/ruisverhouding maximaal is.

die zodanig sterk is dat de in dit hoofdstuk besproken coherentietechnieken niet gebruikt kunnen worden ter bepaling van de geluidsnelheid, kan met succes gebruik gemaakt worden van de door Prinzen (6) beschreven kruiscorrelatietechnieken.

Het nadeel van laatstgenoemde methode is dat kennis van T_0 voorondersteld wordt.

III.3 Coherentie in het frequentiedomein

Parallel aan de in III.1 en III.2 beschreven coherentiefuncties in het tijd-domein kunnen ook coherentiefuncties in het frequentiedomein berekend worden. We geven eerst het equivalent in het f -domein voor E_b volgens relatie 3.1b:

$$E_f(\hat{T}_0, \hat{c}) = \sum_{f=f_{\min}}^{f_{\max}} H(\hat{T}_0, \hat{c}, f) H^*(\hat{T}_0, \hat{c}, f) \quad 3.1f$$

waarin $H(\hat{T}_0, \hat{c}, f)$ de fouriergetransformeerde van $h(\hat{T}_0, \hat{c}, t)$ volgens relatie 3.5 voorstelt:

$$h(\hat{T}_0, \hat{c}, t) \xleftrightarrow{\text{FT}} H(\hat{T}_0, \hat{c}, f), \quad 3.6a$$

of

$$H(\hat{T}_0, \hat{c}, f) = \sum_{i=0}^{N-1} G_i(f), \quad 3.6b$$

met

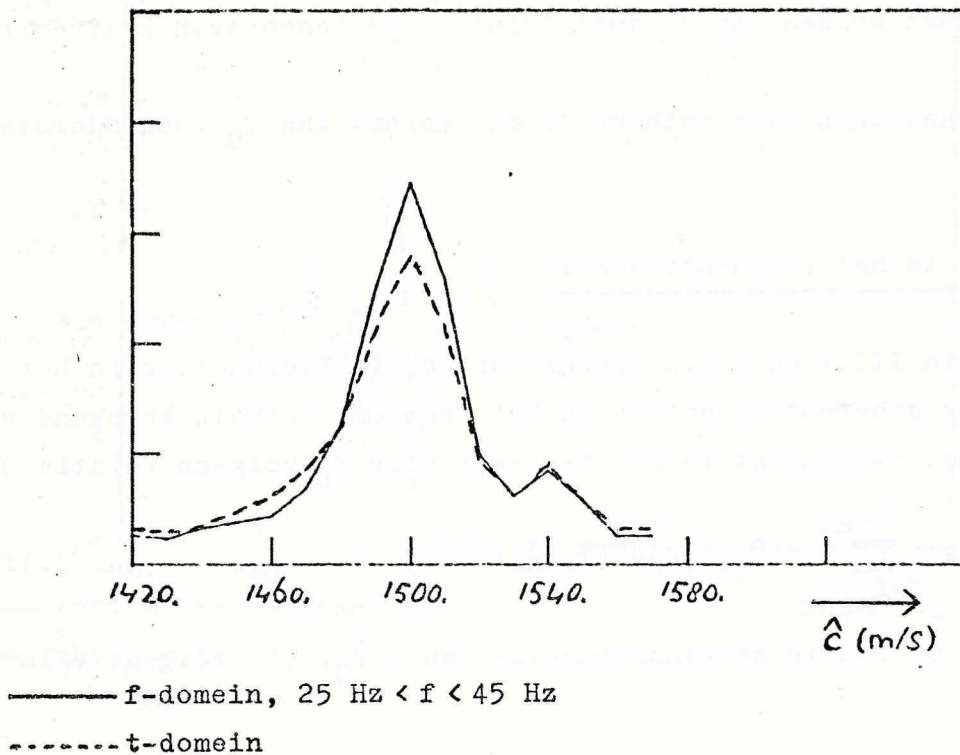
$$g_i(t) \xleftrightarrow{\text{FT}} G_i(f), \quad 3.6c$$

waarvan $g_i(t)$ in 3.1b gedefinieerd is.

De filosofie om coherentieberekeningen in het f -domein uit te voeren is als volgt:

Wanneer de signalen $f(t)$ een slechte signaal/ruisverhouding hebben, beperken we de sommatie over f in 3.1f tot die frequentieband $f_{\min} \leq f \leq f_{\max}$ waarin de signaal/ruisverhouding maximaal is. De frequentie-selectieve coherentiefunctie E_f zal bij juiste keuze van f_{\min} en f_{\max} derhalve een scherper maximum hebben dan E_b . Dit neemt niet weg dat we om onder de in III.2b gesignaleerde problematiek (versmering van het maximum langs de kromme $\hat{c}^2 \hat{T}_0 = c^2 T_0$) uit te komen één van de aldaar genoemde oplossingen moeten toepassen.

We zullen hier een voorbeeld bespreken waarbij het symmetrisch cosinuswindow uit figuur 3.3a gebruikt is ter verscherping van het maximum. We gaan uit van de configuratie die besproken is bij figuur 3.2, echter aan de signalen (spectrum 10 - 60 Hz) is nu witte ruis toegevoegd (recht spectrum). De signaal/ruisverhouding S/N , gedefinieerd als het quotient van piekwaarde en RMS (root-



Figuur 3.6

De coherentie als functie van \hat{c} , met $\hat{T}_0 = T_0$ in het f-, resp. t-domein.
 De in het f-domein berekende coherentiefunctie is iets scherper.

mean-square), bedraagt: $S/N = 2.5$. In figuur 3.5 is het signaal $\frac{1}{N}h(T_0, c, t)$, resp. $\frac{1}{N}H(T_0, c, f)$ vergeleken met het zero-offset-signaal $g_0(t)$ resp. $G_0(f)$. Uit de figuur blijkt dat $\frac{1}{N}h(\hat{T}_0, \hat{c}, t)$ resp. $\frac{1}{N}H(\hat{T}_0, \hat{c}, f)$ voor $\hat{T}_0 = T_0$ en $\hat{c} = c$ overeenkomt met het zero-offset-signaal $g_0(t)$ resp. $G_0(f)$, echter de signaal/ruisverhouding is verbeterd, (theoretisch een verbetering met een factor \sqrt{N} , voor $N=24$ betekent dit een verlaging van het ruisniveau met 14 dB).

De coherentiefunctie is in het tijddomein berekend met $h=h(T_0, \hat{c}, t)$, (dus als functie van \hat{c} bij $\hat{T}_0 = T_0$) en in het frequentiedomein met $H=H(T_0, \hat{c}, f)$, $25 \text{ Hz} \leq f \leq 45 \text{ Hz}$, dus voor maximale S/N , zie figuur 3.5b. Deze functies zijn weergegeven in figuur 3.6. De in het frequentiedomein berekende coherentiefunctie blijkt een iets scherper maximum te vertonen.

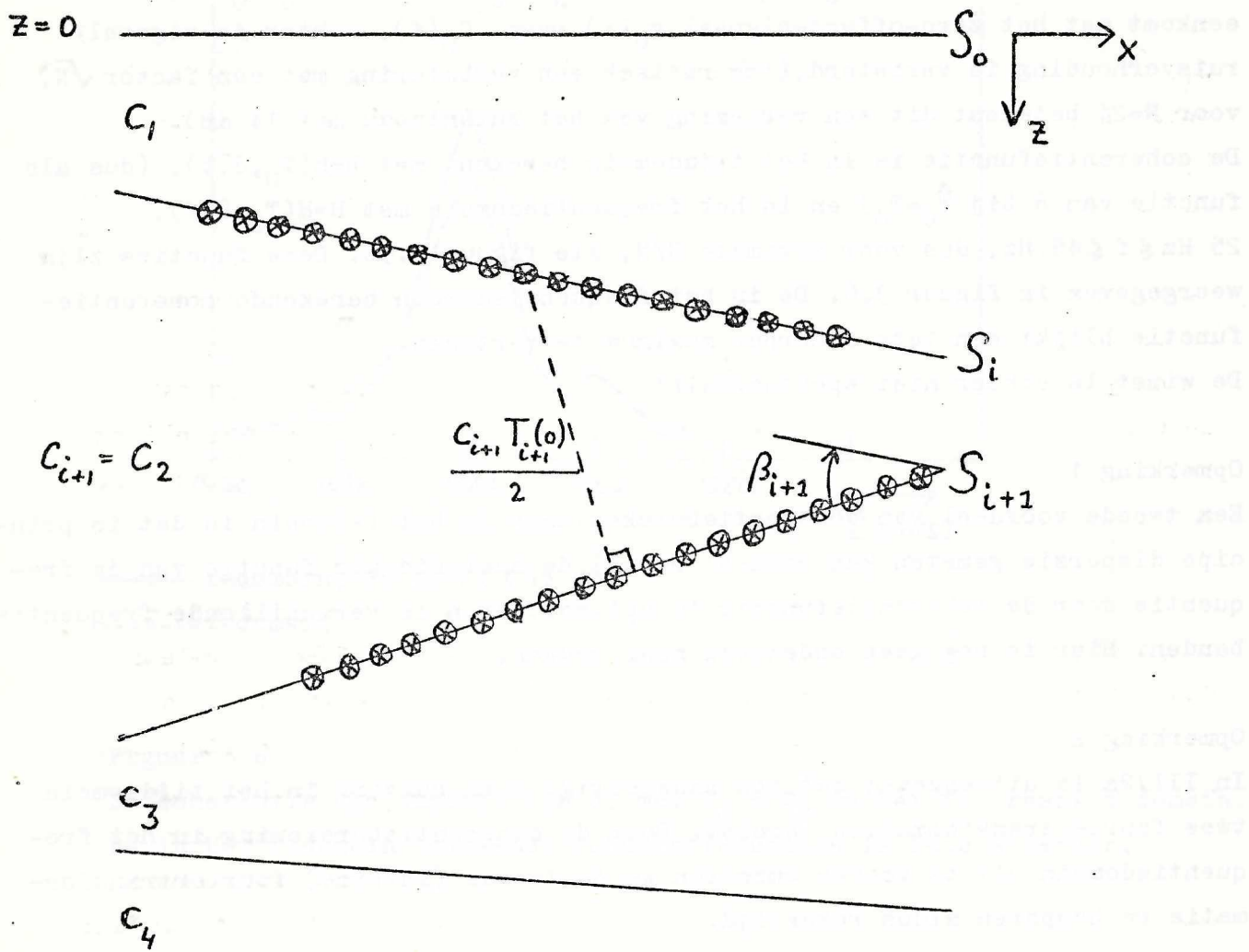
De winst is echter niet spectaculair!

Opmerking 1

Een tweede voordeel van coherentieberekeningen in het f-domein is dat in principe dispersie gemeten kan worden: bepaal de snelheid als functie van de frequentie door de coherentiefunctie te optimaliseren in verschillende frequentiebanden. Hier is nog geen onderzoek naar gedaan.

Opmerking 2

In III.2a is uiteengezet dat een nauwkeurige verschuiving in het tijddomein twee fouriertransformaties vereist. Door de coherentieberekening in het frequentiedomein uit te voeren omzeilen we de tweede (inverse) fouriertransformatie en besparen aldus rekentijd.



Figuur 4.1

In vlak S_i is de CMP-dataset bekend.

M.b.v. achterwaartse golfveld-extrapolatie wordt

de CMP-dataset berekend in vlak S_{i+1} .

IV Golfveldextrapolatie

In hoofdstuk II is reeds gewezen op de noodzaak om een procedure te ontwikkelen waarmee een CMP-dataset, geregistreerd op een oppervlak S_i , geëxtrapoleerd kan worden naar een dieper in het systeem gelegen oppervlak S_{i+1} dat eventueel een hoek $\beta_{i+1} \neq 0$ maakt met het oppervlak S_i . (Inverse of achterwaartse extrapolatie).

Dit betekent dat we m.b.v.:

- * de CMP-dataset op opp. S_i ,
 - * de gegevens van het tussenliggende medium (homogeen, c_{i+1} bekend, onderlinge positie S_i en S_{i+1} bekend) en
 - * onze kennis van akoestische golfvoortplanting (golfvergelijking)
- de CMP-dataset op opp. S_{i+1} willen berekenen. Figuur 4.1 verduidelijkt het bovenstaande. (Merk op dat zowel de bronnen als de ontvangers naar het nieuwe oppervlak worden verplaatst).

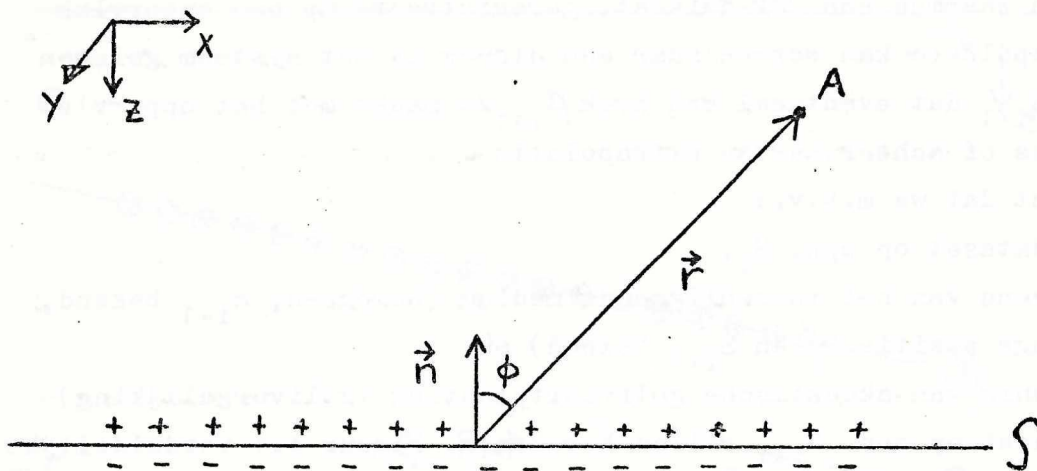
In dit hoofdstuk worden eerst algemene beschouwingen aan golfveldextrapolatie gewijd. Vervolgens wordt de extrapolatie van een complete dataset besproken. De extrapolatie van een CMP-dataset wordt als een vereenvoudiging van de extrapolatie van een complete dataset afgeleid. Dit hoofdstuk beoogt geen complete verhandeling over golfveldextrapolatie te geven, het is eerder een samenvatting van de hoofdstukken V, VI en VII van Berkhout (1), waarbij opgemerkt moet worden dat alleen die onderwerpen behandeld worden die leiden tot het einddoel, te weten: achterwaartse extrapolatie van een CMP-dataset, een onderwerp dat overigens niet door Berkhout behandeld wordt. Voor afleidingen die hier achterwege gelaten worden zij verwezen naar Berkhout.

IV. 1 De Rayleigh-II-integraal

Wanneer op een oppervlak S ($z=0$) de drukverdeling P bekend is kan m.b.v. de Rayleigh-II-integraal de druk in een punt A ($z \neq 0$) berekend worden als aan de volgende voorwaarden is voldaan:

- * het oppervlak is vlak en onbegrensd,
- * de bronnen die de drukverdeling op S veroorzaken bevinden zich alle aan één zijde van S (bijv $z > 0$),
- * het punt A bevindt zich aan de andere zijde van S ($z < 0$), d.w.z. vanuit S gezien bevindt A zich in het divergerende veld.

De Rayleigh-II-integraal, die we hier niet zullen afleiden, wordt gegeven



Figuur 4.2

De geluiddruk in een punt A boven S kan m.b.v. de Rayleigh-II-integraal berekend worden uit een drukverdeling met dipoolkarakter op S, mits deze druk veroorzaakt wordt door bronnen beneden S.

door

$$P(x_A, y_A, z_A, f) = \frac{1}{2\pi} \int_S P(x, y, z=0, f) \frac{1+jkr}{r^2} \cos\phi e^{-jkr} dS. \quad 4.1$$

Uit deze uitdrukking blijkt dat P_A berekend wordt uit een dipoolverdeling op oppervlak S (zie fig. 4.2).

De twee-dimensionale versie, d.w.z. P onafhankelijk van y , wordt gegeven door

$$P(x_A, z_A, f) = \frac{-jk}{2} \int_{L_x} P(x, z=0, f) \cos\phi H_1^{(2)}(kr) dx \quad 4.2$$

waarin $H_1^{(2)}$ de eerste orde Hankelfunctie van de tweede soort voorstelt. Voor $kr \gg 1$ kunnen we dit benaderen door

$$P(x_A, z_A, f) = \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \int_{L_x} P(x, z=0, f) \cos\phi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} dx. \quad 4.3$$

(\sqrt{j} ligt in het eerste kwadrant).

De hier beschreven situatie noemen we voorwaartse extrapolatie.

Het inverse of achterwaartse probleem, d.w.z. A bevindt zich aan de zelfde zijde van S als de bronnen, dus vanuit S gezien in het convergerende veld, is niet met de Rayleigh-II-integraal op te lossen. Dit probleem zal in IV.4 aan de orde komen.

IV.2 Voorwaartse extrapolatie als convolutieproduct

In de volgende beschouwingen gaan we uit van de twee-dimensionale Rayleigh-II-integraal met $kr \gg 1$ (relatie 4.3). Deze integraal kan op eenvoudige wijze worden herschreven als een convolutie. Met

$$r = \sqrt{(x_A - x)^2 + z_A^2}$$

en

$$W(x_A - x, f) = \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \cos\phi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}$$

schrijven we voor 4.3

$$P(x_A, z_A, f) = \int_{L_x} W(x_A - x, f) P(x, z=0, f) dx \quad 4.4a$$

of

$$P(x_A, z_A, f) = W(x, f) * P(x, z=0, f). \quad 4.4b$$

In de praktijk is $P(x, z=0, f)$ slechts voor discrete waarden van x en f bekend: $P = P(x_n, z=0, f_i)$. Relatie 4.4a gaat dan over in

$$P(x_A, z_A, f_i) = \sum_n W(x_A - x_n, f_i) P(x_n, z=0, f_i) \quad 4.5$$

met

$$W(x_A - x_n, f_i) = \sqrt{\frac{jk_i}{2\pi}} \cos \phi \frac{e^{-jk_i r}}{\sqrt{r}} \Delta x$$

waarin

$$r = \sqrt{(x_A - x_n)^2 + z_A^2}$$

en waarin Δx de afstand tussen de verschillende x -posities voorstelt.

Opmerking

Bij discretisatie van de grootheid $p(x, t)$ kan zowel in de tijd als in de ruimte aliasing optreden. Dit is niet het geval wanneer

- 1 $f \leq \frac{1}{2\Delta t}$ en
- 2 $f \leq \frac{c}{2\Delta x}$

waarin Δt het temporele bemonsterinterval voorstelt,

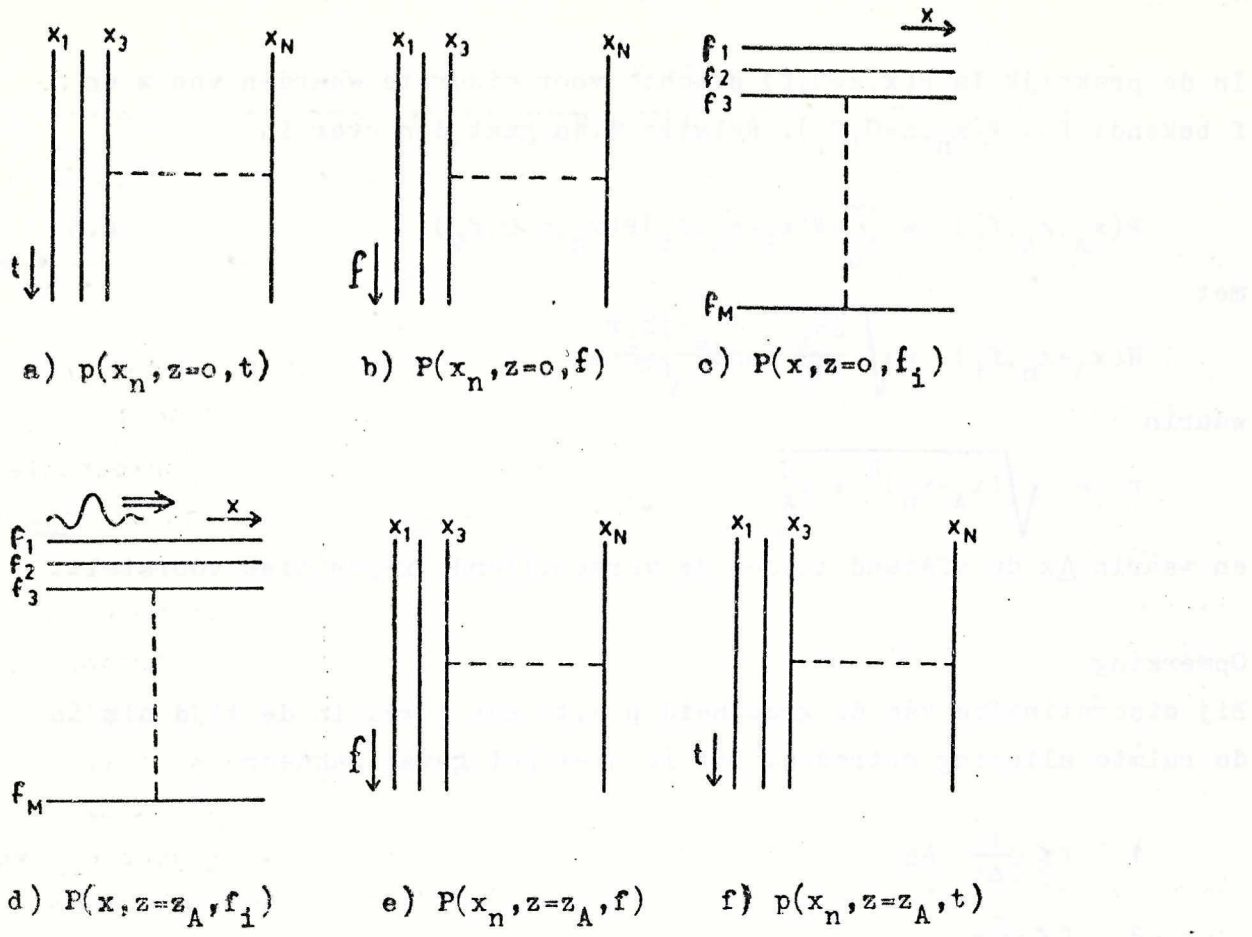
Δx het spatieel bemonsterinterval en

c de geluidsnelheid.

De frequentie f moet voor golfveld-extrapolatie aan beide voorwaarden voldoen. (De tweede anti-aliasingvoorwaarde blijkt in de praktijk te streng. Er is van uitgegaan dat voor het meest extreme geval, n.l. scherpende inval, geen aliasing mag optreden. Wanneer we een geluidveld ontbinden in vlakke golven blijkt dat in de echo-akoestiek de golven die scherpend invallen in bijna alle praktische gevallen een te verwaarlozen amplitude bezitten.)

Wanneer we uitgaan van de druk geregistreerd als functie van de tijd op een aantal equidistante x -posities op het vlak $z=0$: $p = p(x_n, z=0, t)$ kan de druk als functie van t en x op het vlak $z=z_A$: $p = p(x_n, z=z_A, t)$ berekend worden m.b.v. de volgende procedure:

- 1 breng de verschillende registraties met een fouriertransformatie ($t \rightarrow f$) over in het frequentiedomein: $P(x_n, z=0, f)$,
- 2 herschik de uitkomsten z.d.d. per frequentiecomponent f_i de druk als functie van x beschikbaar is: $P(x, z=0, f_i)$,
- 3 voer per frequentiecomponent f_i de convolutieprocedure uit (relatie 4.5), resultaat: $P(x, z=z_A, f_i)$,



Figuur 4.3

Voorwaartse extrapolatie via het f, x -domein.

De tussenresultaten zijn geschetst.

- 4 herschik de uitkomsten z.d.d. per x-positie de druk als functie van f beschikbaar is: $P(x_n, z=z_A, f)$ en
- 5 breng met een inverse fouriertransformatie ($f \rightarrow t$) de uitkomsten terug in het tijddomein: $p(x_n, z=z_A, t)$.

Figuur 4.3 verduidelijkt een en ander.

In het navolgende zal alleen nog aandacht besteed worden aan de convolutie-procedure en de bijbehorende convolutie-operator W , (stap 3).

De convolutie-operator $W(x_n, f_i)$ die hiër gebruikt is voert een parallelle voorwaartse extrapolatie van een geluidveld uit, d.w.z. de ontvangers in het vlak $z=0$ worden verplaatst naar een vlak parallel aan het oorspronkelijke vlak: $z=z_A$. In de volgende paragrafen zal de operator W voor verschillende andere situaties afgeleid worden met als einddoel het vinden van een operator voor niet-parallelle achterwaartse extrapolatie van een CMP-dataset, d.w.z. zowel bronnen als ontvangers worden voor de CMP-meetsituatie naar een dieper in het systeem liggend niet-parallel vlak verplaatst. Het behoeft geen betoog dat deze procedure door een andere convolutie-operator wordt beschreven dan de hier behandelde operator voor parallelle voorwaartse extrapolatie van een geluidveld.

IV.3 Laterale variaties

De in IV.2 beschreven convolutie-operator $W(x, f)$ is x-onafhankelijk, d.w.z. voor verschillende waarden van x_A heeft $W(x_A - x, f)$ de zelfde gedaante, alleen de positie van de symmetrie-as verandert met x_A . (De symmetrie-as wordt gegeven door: $x=x_A$). Voorwaarde voor een x-onafhankelijke operator is dat geen laterale variaties optreden, dus:

$$\begin{aligned} z_A(x) &= z_A \quad (\text{constant}) \\ c(x) &= c \quad (\text{constant}). \end{aligned}$$

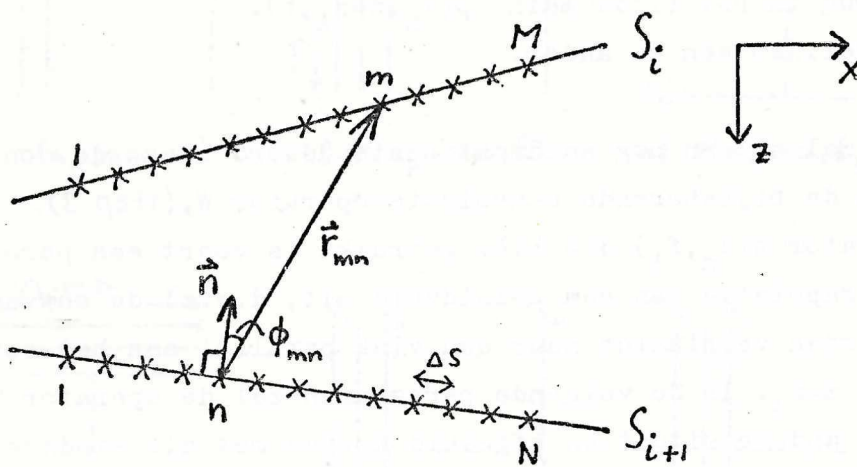
Wanneer niet aan deze beide voorwaarden voldaan is wordt de convolutie-operator x-afhankelijk. Relatie 4.5 gaat hiermee over in

$$P(x_A, z_A, f_i) = \sum_n W(x_A; x_A - x_n, f_i) P(x_n, z_n, f_i). \quad 4.6$$

(We laten tevens de eis $z=0$ vallen voor het oorspronkelijke vlak).

In de volgende beschouwingen zullen we alleen de situatie bekijken waarin niet aan de eerste voorwaarde is voldaan, dus:

- * extrapolatie naar een t.o.v. het oorspronkelijk oppervlak scheef oppervlak,
- * geen laterale snelheidsvariaties.



Figuur 4.4

De druk van een geluidveld (afkomstig van bronnen beneden S_{i+1}) is geregistreerd in S_{i+1} . De druk in een relatief scheef liggend oppervlak S_i boven S_{i+1} wordt berekend met relatie 4.7.

In de praktijk is $P(x_n, z_n, f_i)$ slechts voor een eindig aantal (discrete) waarden x bekend (bijv. $x_1 \leq x_n \leq x_N$) en willen we $P(x_A, z_A, f_i)$ voor een eindig aantal waarden (x_A, z_A) berekenen. Relatie 4.6 is dan te schrijven in matrixnotatie:

$$\begin{bmatrix} P(x_1, z_1) \\ P(x_2, z_2) \\ P(x_3, z_3) \\ \vdots \\ P(x_m, z_m) \\ \vdots \\ P(x_M, z_M) \end{bmatrix}_{S_i} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} & \dots & W_{1N} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & \dots & W_{2N} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & \dots & W_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ W_{M1} & W_{M2} & W_{M3} & \dots & W_{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(x_1, z_1) \\ P(x_2, z_2) \\ P(x_3, z_3) \\ \vdots \\ P(x_n, z_n) \\ \vdots \\ P(x_N, z_N) \end{bmatrix}_{S_{i+1}} \quad 4.7$$

met

$$W_{mn} = \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \cos \phi_{mn} \frac{e^{-jkr_{mn}}}{\sqrt{r_{mn}}} \Delta s. \quad 4.7a$$

De eerste index van W heeft betrekking op de positie op het nieuwe vlak (hier S_i), de tweede index van W heeft betrekking op de positie op het oorspronkelijke vlak (hier S_{i+1}). In figuur 4.4 is de keuze van de hoek ϕ_{mn} aangegeven, n.l. de hoek tussen \vec{r}_{mn} en de normaal op vlak S_{i+1} . Door de eindige operatorlengte die direct samenhangt met het eindige aantal registraties $P(x_n, z_n)$ zullen afbreekfouten optreden. Hierop komen we terug in IV.9a.

Opmerking

Wanneer geen laterale variaties optreden (z_A, c constant) geldt

$$W_{mn} = W_{m+k, n+k}.$$

De matrix is dan een Toeplitz-matrix. Relatie 4.7 is dan een alternatieve schrijfwijze voor relatie 4.5.

IV.4 Het inverse probleem: achterwaartse extrapolatie

Zoals in IV.1 reeds is opgemerkt voldoet de Rayleigh-II-integraal niet wanneer we vanuit S de druk willen berekenen in een punt A dat aan de zelfde kant van S ligt als de bronnen, dus wanneer A zich vanuit S gezien in het convergerende veld bevindt.

Beschouw relatie 4.7

$$P_{S_i} = W P_{S_{i+1}} \quad 4.7$$

De onbekende P_{S_i} wordt berekend door de bekende $P_{S_{i+1}}$ te vermenigvuldigen met matrix W . In het inverse probleem is $P_{S_{i+1}}$ de onbekende terwijl P_{S_i} bekend is. Als we $P_{S_{i+1}}$ willen berekenen betekent dat dat de matrixvergelijking 4.7 opgelost moet worden:

$$P_{S_{i+1}} = W^{-1} P_{S_i} \quad 4.8$$

Inverteren van matrix W stuit in de praktijk op grote problemen, waar we hier niet op in zullen gaan.

Alternatief:

Zoek een matrix F z.d.d. $\langle P_{S_{i+1}} \rangle$, gegeven door

$$\langle P_{S_{i+1}} \rangle = F P_{S_i} \quad 4.9$$

een goede benadering is van $P_{S_{i+1}}$. Dit betekent dat in de relatie

$$\langle P_{S_{i+1}} \rangle = [FW] P_{S_{i+1}} \quad 4.9a$$

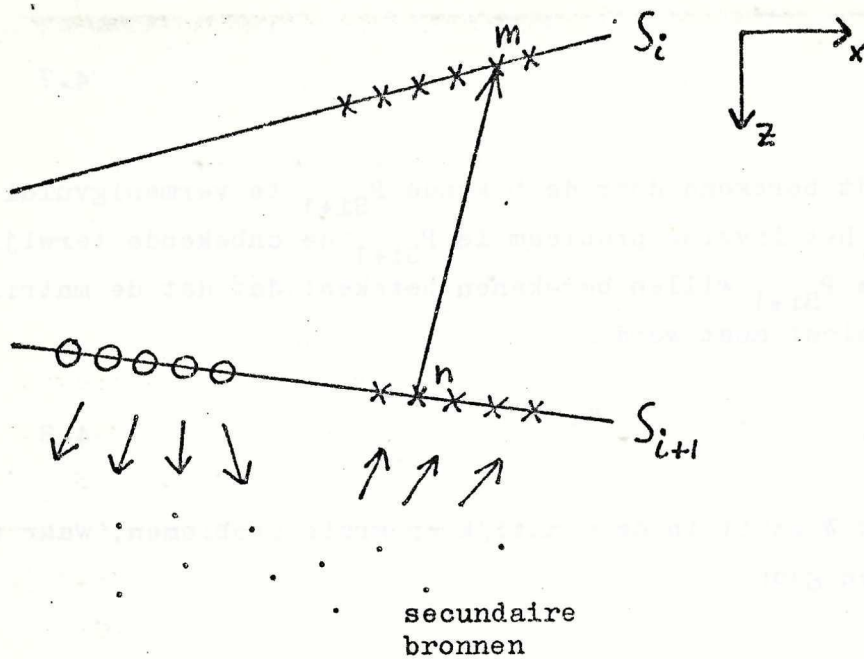
het matrixproduct $[FW]$ de eenheidsmatrix moet benaderen (binnen een beperkt temporeel en spatiëel frequentiegebied). Bewezen kan worden dat voor ruisvrije signalen en een dissipatievrij systeem een goede benadering wordt verkregen met

$$F = (W^*)^T \quad 4.10$$

met

$$F_{nm} = F_{mn}^T = \sqrt{\frac{-jk}{2\pi} \cos \phi_{mn}} \frac{e^{jkr_{mn}}}{\sqrt{r_{mn}}} \Delta s \quad 4.10a$$

waarin $*$ betekent dat de complextoegevoegde en T dat de getransponeerde matrix bedoeld wordt. Ook hier geldt weer: de eerste index van F heeft betrekking op het nieuwe vlak (hier S_{i+1}), de tweede index van F heeft betrekking op het oorspronkelijke vlak (hier S_i).



O bron
X ontvanger

Figuur 4.5

De door de ontvangers geregistreeerde geluiddruk is afkomstig van secundaire bronnen beneden S_{i+1} , die ontstaan door reflectie en diffractie aan inhomogeniteiten van het geluid veroorzaakt door de primaire bronnen op S_{i+1} . De ontvangers kunnen m.b.v. relatie 4.7 naar S_i verplaatst worden.

Opmerking

Wanneer $S_i // S_{i+1}$ geldt: $r_{mn} = r_{nm}$, $\phi_{mn} = \phi_{nm}$ en dus $F_{mn} = F_{nm}$. Relatie 4.10 kan dan vereenvoudigd worden tot

$$F = W^*$$

IV.5 Voorwaartse extrapolatie van een "complete dataset"

De extrapolatie-procedure die in de voorgaande paragrafen beschreven is heeft betrekking op de voorwaartse extrapolatie van het geluidveld ter plaatse van het oppervlak S_{i+1} (de ontvangers bevinden zich op S_{i+1}), veroorzaakt door bronnen beneden dit oppervlak. We zullen deze bronnen primaire bronnen noemen. Bevinden de primaire bronnen zich evenals de ontvangers in het vlak S_{i+1} dan zal in het systeem beneden S_{i+1} t.g.v. inhomogeniteiten reflectie en diffractie optreden. Het geluid dat nu terug komt bij de ontvangers (in S_{i+1}) is afkomstig van secundaire bronnen beneden S_{i+1} . Uiteraard kan m.b.v. de eerder beschreven procedure het geluidveld van deze secundaire bronnen geëxtrapoleerd worden naar een (scheef) oppervlak S_i boven S_{i+1} . Het directe geluid van primaire bron naar ontvanger laten we buiten beschouwing (zie fig. 4.5).

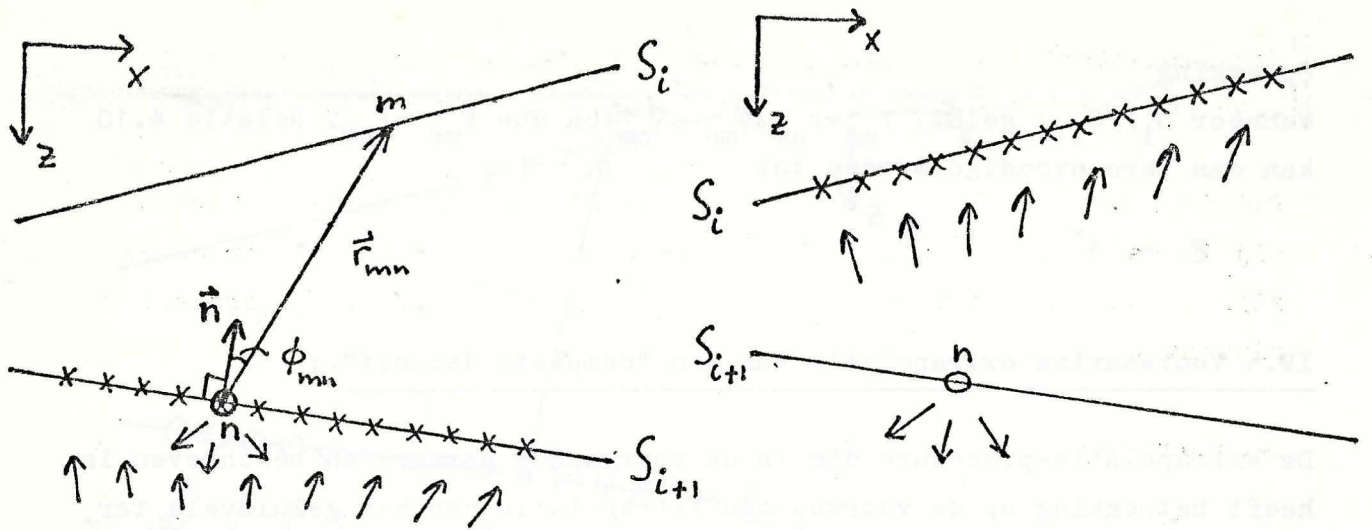
We gaan nu uit van de situatie dat zich op opp. S_{i+1} op equidistante posities N bron/ontvangers bevinden.

Onder een complete dataset zullen we verstaan een dataset waarin van iedere bron afzonderlijk door de verschillende ontvangers N registraties zijn opgenomen. Er is dus sprake van in totaal N^2 registraties. Deze dataset noteren we in matrixvorm (voor iedere frequentiecomponent f_i een aparte matrix):

$$P_{S_{i+1}} = \begin{bmatrix} P_{11} & \dots & P_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{N1} & \dots & P_{NN} \end{bmatrix}_{S_{i+1}} \quad 4.11$$

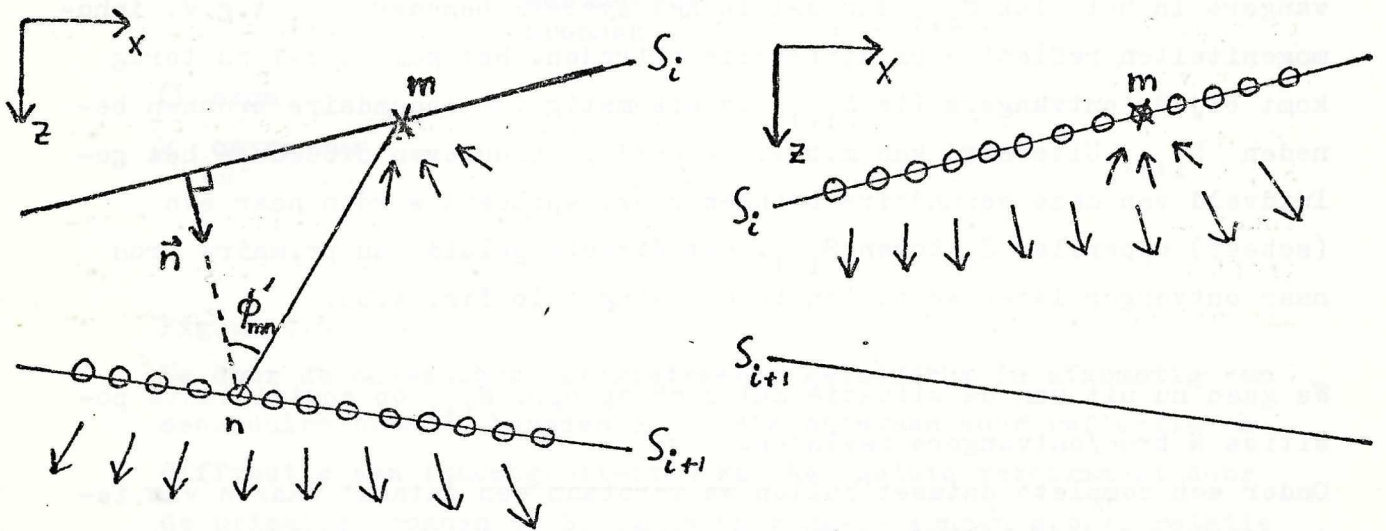
waarin P_{mn} de druk is, veroorzaakt door bron n , geregistreerd door ontvanger m . Kolom n representeert dus de druk, veroorzaakt door bron n op S_{i+1} , geregistreerd door alle ontvangers op S_{i+1} (zie fig. 4.6a). (Iedere kolom stelt dus een afzonderlijk experiment voor).

Onder de extrapolatie van een complete dataset zullen we verstaan de rekenprocedure die, uitgaande van een complete dataset op S_{i+1} (matrix $P_{S_{i+1}}$), tot resultaat heeft de complete dataset op S_i (matrix P_{S_i}).



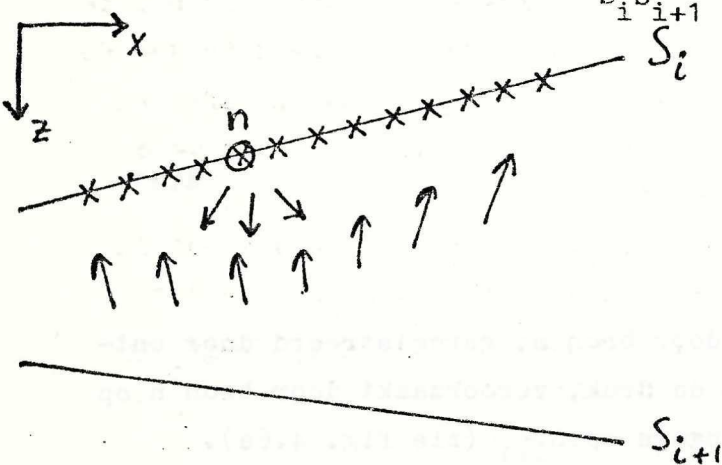
a) kolom n van $P_{S_i S_{i+1}}$
tevens is ϕ_{mn} aangegeven

b) kolom n van $P_{S_i S_{i+1}} = WP_{S_{i+1}}$
situatie na verplaatsing van
ontvangers



c) rij m van $P_{S_i S_{i+1}}$ of kolom m van $P_{S_i S_{i+1}}^T$
situatie na herschikken van de registraties
(= transponeren van de matrix $P_{S_i S_{i+1}}$)

d) kolom m van $P_{S_i}^T = VP_{S_i S_{i+1}}^T$
situatie na verplaatsing van de
bronnen



e) rij n van $P_{S_i}^T$ of kolom n van P_{S_i}
situatie na herschikken van de registraties
(= transponeren van de matrix $P_{S_i}^T$)
Merk op dat in analogie met fig. a de matrix P_{S_i}
de complete dataset op S_i voorstelt.

Figuur 4.6

Schematische voorstelling van de
betekenis der kolommen en rijen
van de verschillende matrices.

Dit impliceert dat in deze procedure behalve de ontvangers òòk de bronnen naar het nieuwe oppervlak verplaatst worden.

Dit is dus essentiëel anders dan de in IV.3 beschreven procedure waarbij in een stationair geluidveld (de bronnen die het veld veroorzaken zijn stationair en blijven op hun plaats) alleen de ontvangers verplaatst worden.

Beschouw het matrixproduct

$$P_{S_i S_{i+1}} = W P_{S_{i+1}} \quad 4.12$$

waarin W de matrix uit relatie 4.7 voorstelt, nu met N rijen en N kolommen. Kolom n van $P_{S_i S_{i+1}}$ representeert de druk, veroorzaakt door bron n op opp. S_{i+1} , geregistreerd door alle ontvangers op opp. S_i (fig. 4.6b). Rij m van $P_{S_i S_{i+1}}$, dus kolom m van $P_{S_i S_{i+1}}^T$ (de getransponeerde van $P_{S_i S_{i+1}}$), representeert de druk, geregistreerd door ontvanger m op opp. S_i , veroorzaakt door alle bronnen op opp. S_{i+1} (fig. 4.6c).

Onder aanname van de geldigheid van het reciprociteitsbeginsel (het betreft hier een passief lineair systeem) kunnen we op een analoge manier als bij de ontvanger-extrapolatie (relatie 4.12, fig. 4.6a,b) de extrapolatie van de bronnen van S_{i+1} naar S_i uitvoeren (fig. 4.6c,d). Dit gebeurt m.b.v. de relatie

$$P_{S_i}^T = V P_{S_i S_{i+1}}^T \quad 4.13$$

waarin V de matrix uit 4.7 voorstelt met als enige verschil dat ϕ'_{mn} in matrix V (fig. 4.6c) anders gekozen wordt dan ϕ_{mn} in matrix W (fig. 4.6a). De hoek ϕ stelt in de Rayleigh-II-integraal immers de hoek tussen \vec{r} en de normaal \vec{n} op het ontvanger-oppervlak voor. (Verondersteld is dat de afstand $\Delta s'$ tussen de bron/ontvangers op S_i gelijk is aan de afstand Δs op S_{i+1} . Wanneer niet aan deze voorwaarde is voldaan moeten we in rel. 4.7a voor $V_{mn} \Delta s$ vervangen door $\Delta s'$).

Wanneer we matrix $P_{S_i}^T$ op een analoge manier interpreteren als matrix $P_{S_i S_{i+1}}$ na de ontvanger-extrapolatie komen we tot de conclusie dat kolom m van $P_{S_i}^T$ de druk representeert, geregistreerd door ontvanger m op S_i , veroorzaakt door alle bronnen op S_{i+1} (fig. 4.6d). Rij n van $P_{S_i}^T$, dus kolom n van P_{S_i} representeert de druk, veroorzaakt door bron n op S_{i+1} , geregistreerd door alle ontvangers op S_i (fig. 4.6e).

Merk op dat de beschrijving van P_{S_i} analoog is aan de beschrijving van $P_{S_{i+1}}$, dus:

$\|P_{S_i}$ is de complete dataset op vlak S_i .

Het resultaat is als volgt verkregen:

$$P_{S_i}^T = V P_{S_i S_{i+1}}^T,$$

of

$$P_{S_i} = P_{S_i S_{i+1}} V^T,$$

dus

$$P_{S_i} = W P_{S_{i+1}} V^T. \quad 4.14$$

Opmerking 1

Wanneer we voor W schrijven: $W_{S_{i+1} \rightarrow S_i}$, dat wil zeggen (ontvanger-)extrapolatie van S_{i+1} naar S_i , dan is eenvoudig in te zien dat voor V^T geschreven mag worden: $W_{S_i \rightarrow S_{i+1}}$. Hiermee gaat relatie 4.14 over in

$$P_{S_i} = W_{S_{i+1} \rightarrow S_i} P_{S_{i+1}} W_{S_i \rightarrow S_{i+1}}. \quad 4.14a$$

Opmerking 2

Wanneer $S_i // S_{i+1}$ geldt: $\phi'_{mn} = \phi'_{nm} = \phi_{nm} = \phi_{mn}$. Relatie 4.14 is dan te vereenvoudigen tot

$$P_{S_i} = W P_{S_{i+1}} W. \quad 4.15$$

Opmerking 3

Bij extrapolatie van zowel bronnen als ontvangers, waarvan hier sprake is, gaat de tweede anti-aliasingvoorwaarde uit IV.2 over in

$$2' \quad f \leq \frac{c}{4\Delta s}$$

IV.6 Achterwaartse extrapolatie van een complete dataset

Wanneer we de voorwaartse extrapolatie van de complete dataset met 4.14a beschrijven dan is het inverse probleem te schrijven als

$$\langle P_{S_{i+1}} \rangle = F_{S_i \rightarrow S_{i+1}} P_{S_i} F_{S_{i+1} \rightarrow S_i}, \quad 4.16$$

waarin

$$F_{S_i \rightarrow S_{i+1}} = (W_{S_{i+1} \rightarrow S_i}^*)^T$$

en

$$F_{S_{i+1} \rightarrow S_i} = (W_{S_i \rightarrow S_{i+1}}^*)^T.$$

$\langle P_{S_{i+1}} \rangle$ is een goede benadering van $P_{S_{i+1}}$ omdat in de relatie

$$\langle P_{S_{i+1}} \rangle = \begin{bmatrix} F_{S_i \rightarrow S_{i+1}} & W_{S_{i+1} \rightarrow S_i} \end{bmatrix} P_{S_{i+1}} \begin{bmatrix} W_{S_i \rightarrow S_{i+1}} & F_{S_{i+1} \rightarrow S_i} \end{bmatrix} \quad 4.16a$$

geldt dat de matrixproducten $F_{S_i \rightarrow S_{i+1}} W_{S_{i+1} \rightarrow S_i}$ en $W_{S_i \rightarrow S_{i+1}} F_{S_{i+1} \rightarrow S_i}$ de eenheidsmatrix benaderen (binnen een beperkt spatieel en temporeel frequentiegebied).

Opmerking

Wanneer $S_i // S_{i+1}$ geldt:

$$F_{S_i \rightarrow S_{i+1}} = F_{S_{i+1} \rightarrow S_i} = W_{S_i \rightarrow S_{i+1}}^* = W_{S_{i+1} \rightarrow S_i}^*$$

IV.7 Voorwaartse extrapolatie van een CMP-dataset

In de registratiematrix $P_{S_{i+1}}$ (rel. 4.11) stellen de elementen op de zgn. "anti-diagonaal" de CMP-dataset voor:

$$(P_{\text{CMP}})_{S_{i+1}} = \begin{bmatrix} & & & & P_{-K,K} \\ & 0 & & & \\ & & & P_{-K+1,K-1} & \\ & & & & \\ P_{K-1,-K+1} & & & & 0 \\ P_{K,-K} & & & & \end{bmatrix}_{S_{i+1}} \quad 4.17$$

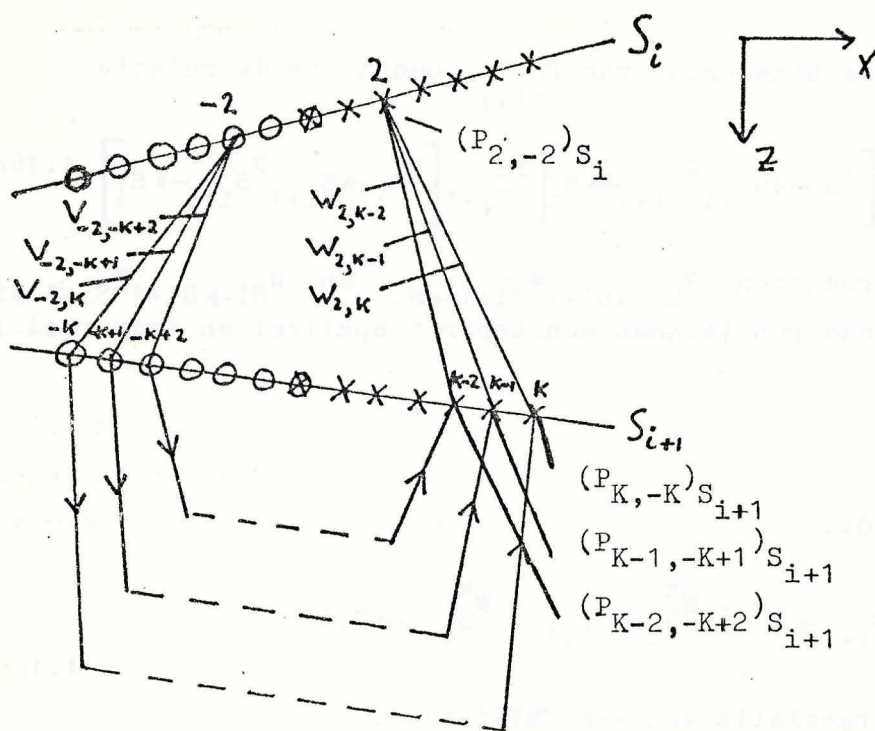
Merk op dat de elementnummering is aangepast op CMP-data door in relatie 4.11 P_{mn} ($=P_{m,N+1-m}$ voor antidiagonaalelementen) te vervangen door

$P_{m-(K+1),N+1-m-(K+1)} = P_{m-(K+1),-m+(K+1)}$ met $2K+1 = N$. Element $P_{n,-n}$ uit 4.17 representeert de druk, veroorzaakt door bron $-n$, geregistreerd door ontvanger n . Zie ook hoofdstuk II.1, met name figuur 2.1.

De meest nauwkeurige manier om de geëxtrapoleerde CMP-dataset te bepalen is door de complete dataset op S_{i+1} te extrapoleren naar S_i volgens 4.14

$$P_{S_i} = W P_{S_{i+1}} V^T \quad 4.14$$

dus



Figuur 4.7

Schematische voorstelling van het voorwaartse CMP-data-extrapolatieproces.

De stippellijnen symboliseren een of andere overdracht in het systeem.

$$(P_{mr})_{S_i} = \sum_{n=-K}^K \sum_{l=-K}^K W_{mn} (P_{nl})_{S_{i+1}} V_{rl} \quad 4.14b$$

De antidiagonaalelementen van P_{S_i} vormen de geëxtrapoleerde CMP-dataset:

$$(P_{m,-m})_{S_i} = \sum_{n=-K}^K \sum_{l=-K}^K W_{mn} (P_{nl})_{S_{i+1}} V_{-m,l} \quad 4.14c$$

Deze methode vereist echter dat we een complete dataset op S_{i+1} tot onze beschikking hebben en kost door de dubbelsom in 4.14c aanzienlijk meer rekenwerk dan nodig zal blijken te zijn.

Een veel snellere methode wordt verkregen door in de registratiematrix $P_{S_{i+1}}$ alle elementen die niet tot de antidiagonaal behoren nul te maken (zoals in 4.17, dus $(P_{nl})_{S_{i+1}} = 0$ als $l \neq -n$), zodat 4.14c herleid kan worden tot

$$(P_{m,-m})_{S_i} = \sum_{n=-K}^K W_{mn} (P_{n,-n})_{S_{i+1}} V_{-m,-n} \quad 4.18a$$

hetgeen één matrixvermenigvuldiging voorstelt:

$$\begin{bmatrix} P_{-K,K} \\ \vdots \\ P_{K,-K} \end{bmatrix}_{S_i} = \begin{bmatrix} U_{-K,-K} & \dots & U_{-K,K} \\ \vdots & & \vdots \\ U_{K,-K} & \dots & U_{K,K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{-K,K} \\ \vdots \\ P_{K,-K} \end{bmatrix}_{S_{i+1}} \quad 4.18b$$

met

$$U_{mn} = W_{mn} V_{-m,-n} \quad 4.18c$$

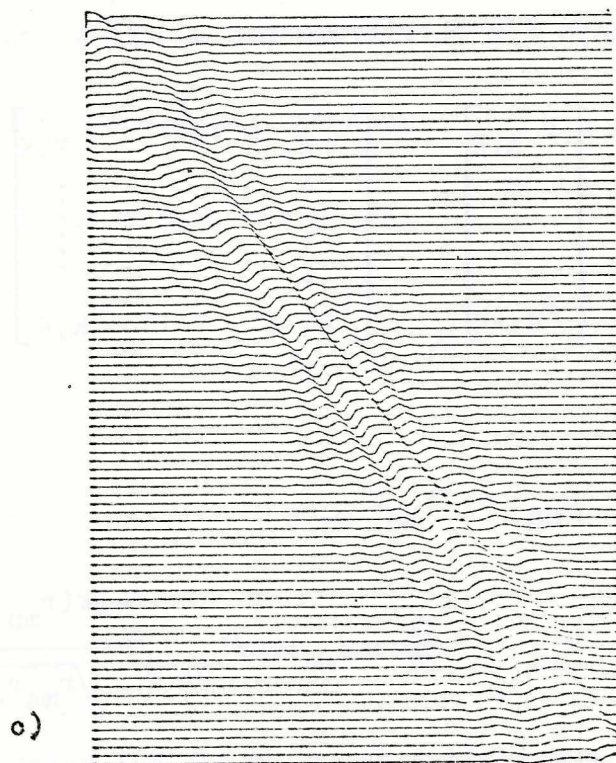
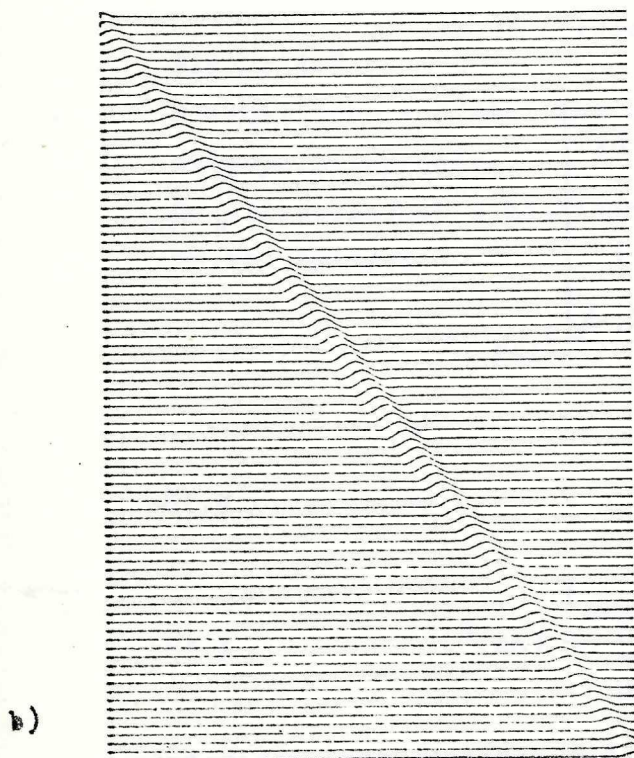
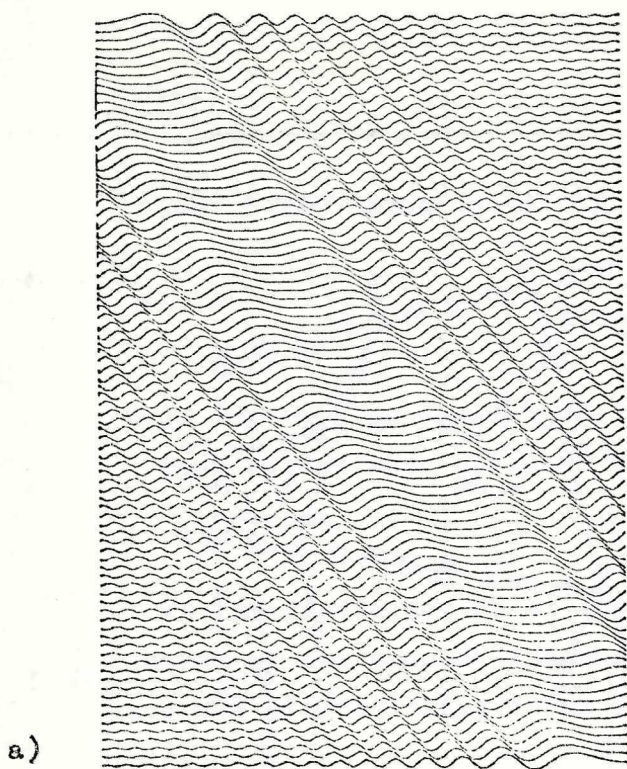
of

$$U_{mn} = \frac{jk}{2\pi} \cos\phi_{mn} \cos\phi'_{-m,-n} \frac{e^{-jk(r_{mn} + r_{-m,-n})}}{\sqrt{r_{mn} r_{-m,-n}}} (\Delta s)^2 \quad 4.18d$$

Het is duidelijk dat door het nul maken van het grootste deel van matrix $P_{S_{i+1}}$ fouten geïntroduceerd worden. De belangrijkste fout in deze benaderingsmethode wordt besproken in IV.9b.

Opmerking

Voor $S_i // S_{i+1}$ geldt: $W_{mn} = W_{-m,-n} = V_{-m,-n} = V_{mn}$. U_{mn} wordt hiermee vereenvoudigd tot



Figuur 4.8

a) Schets van het imaginaire deel van matrix U , voor $S_i // S_{i+1}$.

Merk op: U is een Toeplitzmatrix .

b) Het reële deel van $XU = U^*U$.

Merk op dat hier inderdaad de eenheidsmatrix benaderd wordt.

c) Idem, maar nu met 40 dB dynamiek. De versmering aan het begin en het eind van de diagonaal is het gevolg van de eindige grootte van matrix U .

$$U_{mn} = W_{mn}^2 = \frac{jk}{2\pi} \cos^2 \phi_{mn} \frac{e^{-2jkr_{mn}}}{r_{mn}} (\Delta s)^2, \quad 4.18e$$

|| hetgeen tevens de extrapolatie-operator voor een zero-offset-dataset voorstelt.

(Voor een zero-offset-dataset geldt dat de druk, veroorzaakt door bron n, alleen geregistreerd wordt door ontvanger n).

Hierop wordt in IV.9a nog teruggekomen.

Het CMP-data-extrapolatieproces is schematisch voor te stellen volgens figuur 4.7. Als voorbeeld is aangegeven op welke manier $(P_{2,-2})S_i$ verkregen wordt volgens

$$\begin{aligned} (P_{2,-2})S_i &= W_{2,-K}(P_{-K,K})S_{i+1} V_{-2,K} + \dots + W_{2,K-2}(P_{K-2,-K+2})S_{i+1} V_{-2,-K+2} \\ &+ W_{2,K-1}(P_{K-1,-K+1})S_{i+1} V_{-2,-K+1} + W_{2,K}(P_{K,-K})S_{i+1} V_{-2,-K} \end{aligned}$$

(zie relatie 4.18a).

IV.8 Achterwaartse extrapolatie van een CMP-dataset

In analogie met IV.4 en IV.6 is eenvoudig in te zien dat achterwaartse CMP-data-extrapolatie wordt uitgevoerd volgens

$$\langle (P_{\text{CMP}})S_{i+1} \rangle = X(P_{\text{CMP}})S_i \quad 4.19$$

waarin

$$X = (U^*)^T. \quad 4.20$$

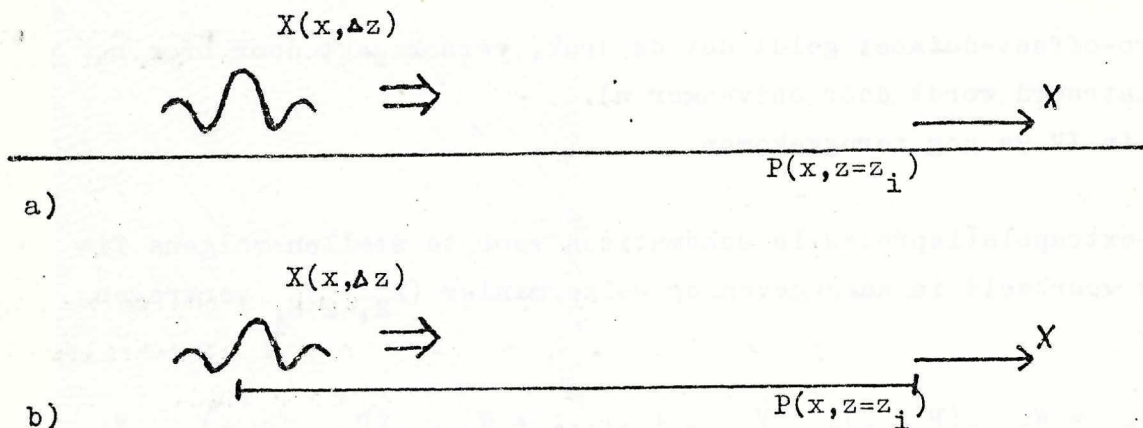
$\langle (P_{\text{CMP}})S_{i+1} \rangle$ is een goede benadering van $(P_{\text{CMP}})S_{i+1}$ omdat in de relatie

$$\langle (P_{\text{CMP}})S_{i+1} \rangle = [XU] (P_{\text{CMP}})S_{i+1} \quad 4.19a$$

geldt dat het matrixproduct XU de eenheidsmatrix benadert (binnen een beperkt spatieel en temporeel frequentiegebied). Dit wordt aan de hand van een voorbeeld aangetoond in figuur 4.8.

Dus $X_{nm} = X_{mn}^T$ wordt gegeven door

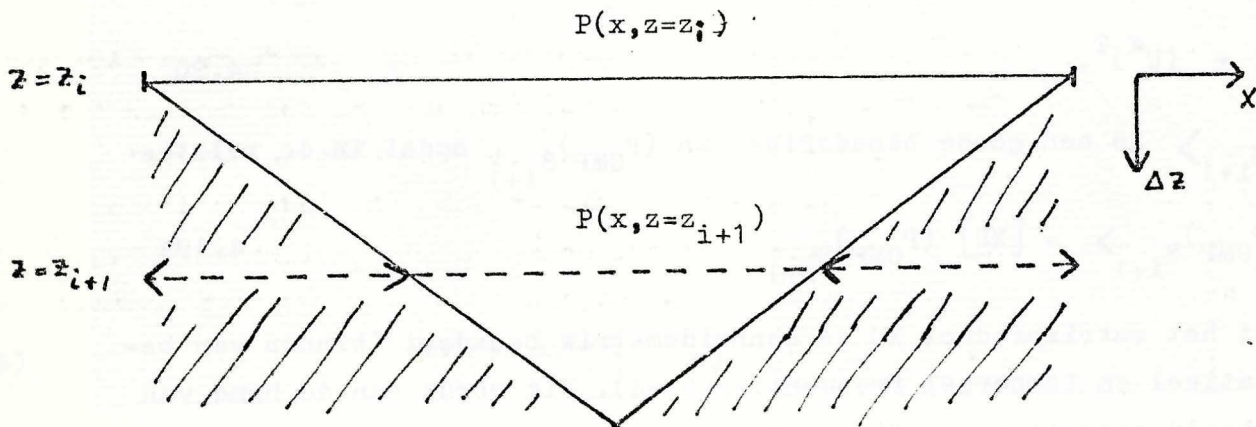
$$X_{nm} = \frac{-jk}{2\pi} \cos \phi_{mn} \cos \phi'_{-m,-n} \frac{e^{jk(r_{mn} + r_{-m,-n})}}{\sqrt{r_{mn} r_{-m,-n}}} (\Delta s)^2. \quad 4.20a$$



Figuur 4.9

Parallele extrapolatie van CMP-data als convolutieproces.

- De convolutieoperator wordt verschoven langs de oneindig uitgestrekte dataset $P(x, z=z_i)$.
- In praktische situaties is de dataset $P(x, z=z_i)$ begrensd. Aan het begin (en aan het eind) van het convolutieproces valt een deel van de operator buiten de dataset.



Figuur 4.10

Bij extrapolatie van de dataset $P(x, z=z_i)$ zal aan beide zijden van de geëxtrapoleerde dataset $P(x, z=z_{i+1})$ een gebied bestaan waarbinnen geen nauwkeurige resultaten verwacht mogen worden. De breedte van dit (gearceerde) gebied neemt toe met de extrapolatiestapgrootte $\Delta z = z_{i+1} - z_i$.

Opmerking

Wanneer $S_i // S_{i+1}$ geldt

$$X = U^*$$

Ook hier geldt dat deze operator identiek is met de operator voor parallelle achterwaartse extrapolatie van een ZO-(zero-offset-)dataset.

IV.9 Enige beschouwingen over de operator X

Alvorens we het theoretische gedeelte van dit verslag afsluiten zullen we nog enige kwalitatieve beschouwingen wijden aan de operator voor achterwaartse extrapolatie van CMP-data, te weten de matrix X, gegeven door 4.20.

Achtereenvolgens worden behandeld:

- a) De operatorbreedte en het focuseringseffect
- b) De hoekparadox

IV.9a De operatorbreedte en het focuseringseffect

We beperken ons hier tot de operator voor parallelle achterwaartse extrapolatie van CMP-data, dus $S_i // S_{i+1}$. (We stellen voor S_i , resp. S_{i+1} : $z=z_i$, resp. $z=z_{i+1}$). De matrix wordt hierdoor een Toeplitzmatrix (zie opmerking aan het einde van IV.3). Relatie 4.19 is nu analoog aan relatie 4.4 te schrijven als een x-onafhankelijke (d.w.z. de operator X is x-onafhankelijk) convolutie:

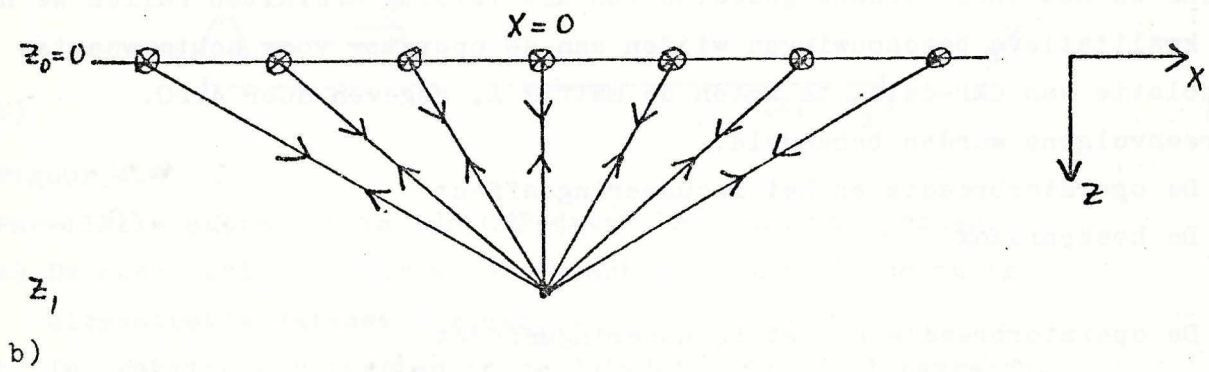
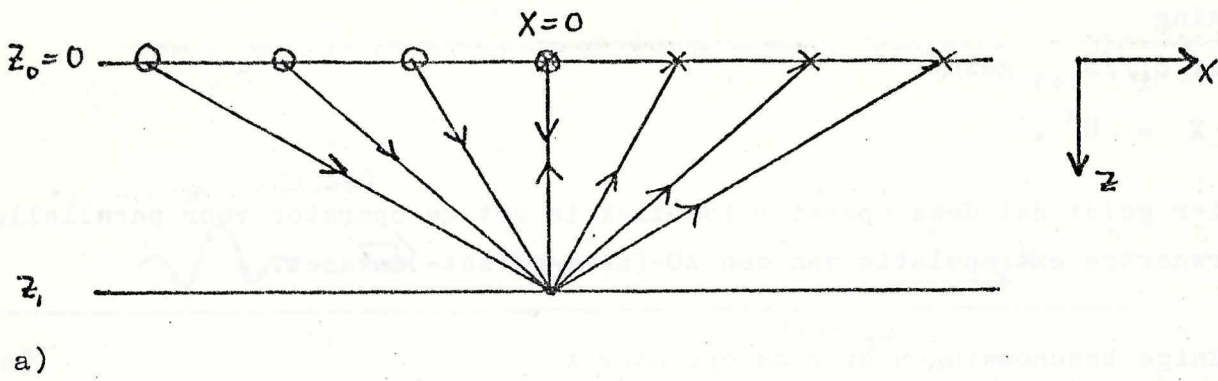
$$P(x_n, z=z_{i+1}) = X(x_n, \Delta z) * P(x_m, z=z_i) \quad 4.21a$$

Uit relatie 4.21a blijkt dat $P(x, z=z_{i+1})$ verkregen wordt door de (symmetrische) operator X langs de dataset $P(x_m, z=z_i)$ te schuiven, hetgeen schematisch wordt uitgebeeld in figuur 4.9a. In praktische situaties echter is de dataset $P(x, z=z_i)$ begrensd. Hierdoor zal aan het begin en aan het eind van de convolutieprocedure een deel van de operator buiten de dataset vallen (zie fig. 4.9b), hetgeen betekent dat het begin en het eind van de te bepalen dataset $P(x, z=z_{i+1})$, die nu bepaald wordt m.b.v. relatie 4.21b:

$$P(x_n, z=z_{i+1}) = \sum_{m=-K}^K X(x_n - x_m, \Delta z) P(x_m, z=z_i) \quad 4.21b$$

onnauwkeurigheden t.g.v. het eindige sommatie-interval zal vertonen.

Kwalitatief kunnen we beredeneren dat de breedte van de randgebieden in $P(x, z=z_{i+1})$ waarbinnen de afbreekfout een rol speelt toeneemt met toenemende stapgrootte Δz , immers de breedte van de operator X neemt toe met toenemende Δz , zie figuur 4.10.



Figuur 4.11

a) configuratie voor CMP-metingen

b) configuratie voor ZO-metingen

Met deze kwalitatieve beschouwing over de operatorbreedte hebben we het randeffect nog niet volledig beschreven.

We zullen aan de hand van een voorbeeld aantonen dat t.g.v. de achterwaartse extrapolatie een tweede type randeffect optreedt, n.l. een relatief sterke amplitude onderdrukking aan weerszijden van de middelste (zer-offset-) registratie van de CMP-dataset (focuseringseffect).

We beperken ons weer tot parallelle achterwaartse extrapolatie. Zoals in IV.8 is opgemerkt is de operator in dit geval identiek met de operator voor parallelle achterwaartse extrapolatie van een ZO-dataset. We zullen daarom tegelijk twee situaties behandelen.

We gaan uit van de volgende twee configuraties:

CMP Eén horizontale reflector met $z_1 = 375$ m; $c = 1500$ m/s (fig. 4.11a)

ZO Eén puntdiffractor met $x = 0$, $z_1 = 375$ m; $c = 1500$ m/s (fig. 4.12b).

Voor beide situaties geldt:

aantal bron/ontvangers: 99 ($z = 0$),

onderlinge afstand $\Delta x = 12.5$ m, dus $-612.5 \text{ m} \leq x \leq 612.5 \text{ m}$,

signaalspectrum: $10 \text{ Hz} \leq f \leq 30 \text{ Hz}$,

samplefrequentie f_s : 100 Hz.

Wanneer we alleen op de looptijden letten is voor deze situaties de ZO-dataset identiek met de CMP-dataset. De dataset als functie van x en t is gegeven in figuur 4.12a.

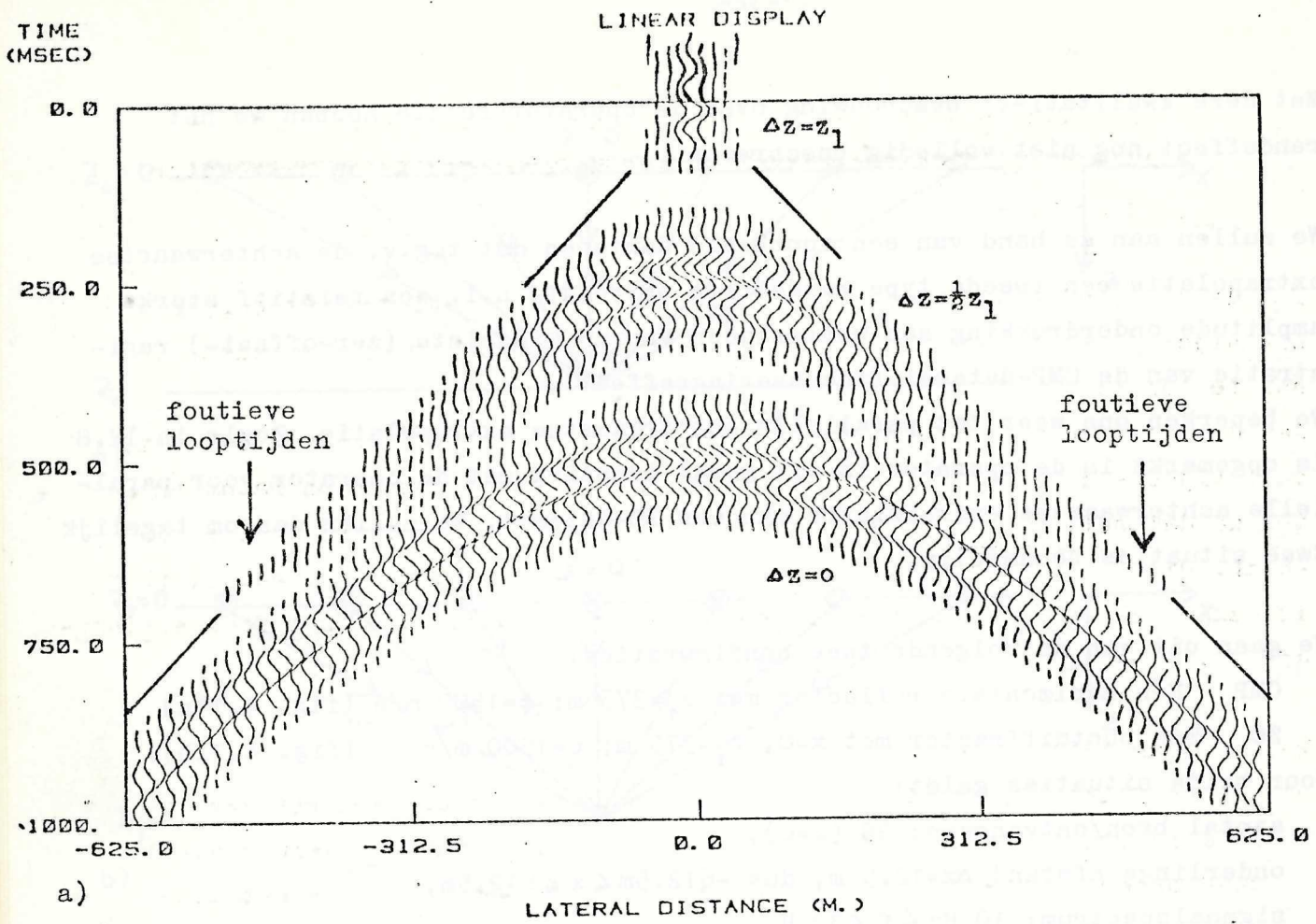
Omdat de extrapolatieoperator voor de CMP-dataset identiek is met de extrapolatieoperator voor de ZO-dataset ($S_i // S_{i+1}$) zullen de geëxtrapoleerde datasets voor beide situaties eveneens identiek zijn.

Er zijn vier achterwaartse extrapolaties vanuit de beginsituatie uitgevoerd met stapgrootte Δz resp.: $\frac{1}{4}z_1$, $\frac{1}{2}z_1$, $\frac{3}{4}z_1$, z_1 . De resultaten als functie van x en t zijn voor $\Delta z = \frac{1}{2}z_1$, resp. $\Delta z = z_1$ gegeven in figuur 4.12a. De amplitude als functie van x is voor de beginsituatie en voor de vier extrapolatieresultaten gegeven in figuur 4.12b.

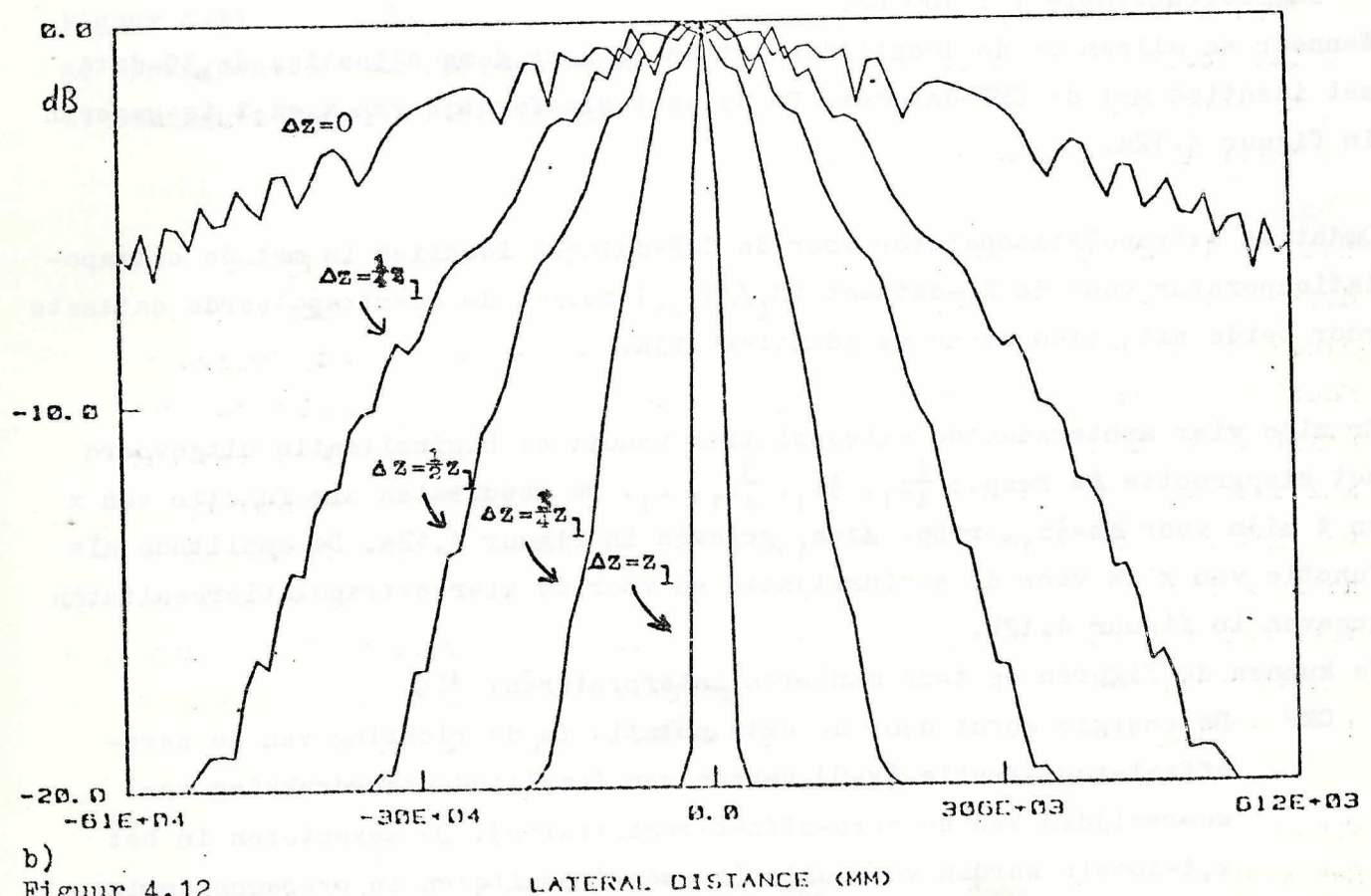
We kunnen de figuren op twee manieren interpreteren:

CMP De energie wordt door de extrapolatie in de richting van de zero-offset-registratie ($x = 0$) verschoven (amplitudeonderdrukking aan weerszijden van de zero-offset-registratie). De asymptoten in het x, t -domein worden voor alle (tussen-)resultaten in overeenstemming met relatie 2.2c gegeven door $t = \pm 2x/c$.

ZO De energie wordt door de extrapolatie in de richting van de x -coördi-



a)



b)

Figuur 4.12

- a) CMP-data (Z0-data) als functie van x en t. Beginsituatie ($\Delta z=0$) en resultaten na achterwaartse extrapolatie met $\Delta z = \frac{1}{2}z_1$ resp. $\Delta z = z_1$.
- b) De amplitude als functie van x. Beginsituatie ($\Delta z=0$) en resultaten na achterwaartse extrapolatie met $\Delta z = (\frac{1}{4})z_1$, $\frac{1}{2}z_1$, $(\frac{3}{4})z_1$ resp. z_1 .

naat van de diffractor ($x=0$) verschoven. Bij een stapgrootte $\Delta z = z_1$ (= de z -coördinaat van de diffractor) is de diffractor "gefocuseerd".

Dat de amplitude-onderdrukking een andere oorzaak heeft dan het eerder gesignaleerde randeffect t.g.v. afbreekfouten is met de volgende redenering aan te tonen:

Aan de uiterste randen van de dataset (hier: $x = -612.5$ m en $x = 612.5$ m) valt tijdens de convolutieprocedure precies de helft van de operator buiten de dataset. De amplitude-onderdrukking t.g.v. deze afbreekfout is dus -6 dB. Uit figuur 4.12b blijkt dat de amplitude-onderdrukking veel sterker is dan -6 dB en dus praktisch geheel veroorzaakt wordt door het focuserings-effect.

We zien dus twee effecten optreden:

1 Afbreekfouten t.g.v. de eindige afmetingen van de dataset $P(x, z=z_i)$.

De aard van deze afbreekfouten uit zich, behalve in een geringe amplitude-onderdrukking van max -6 dB, in foutieve looptijden in het x, t -domein. Dit is waarneembaar in figuur 4.12a in de resultaten voor $\Delta z = \frac{1}{2}z_1$: de 'hyperbool' snijdt de asymptoten voor grote $|x|$.

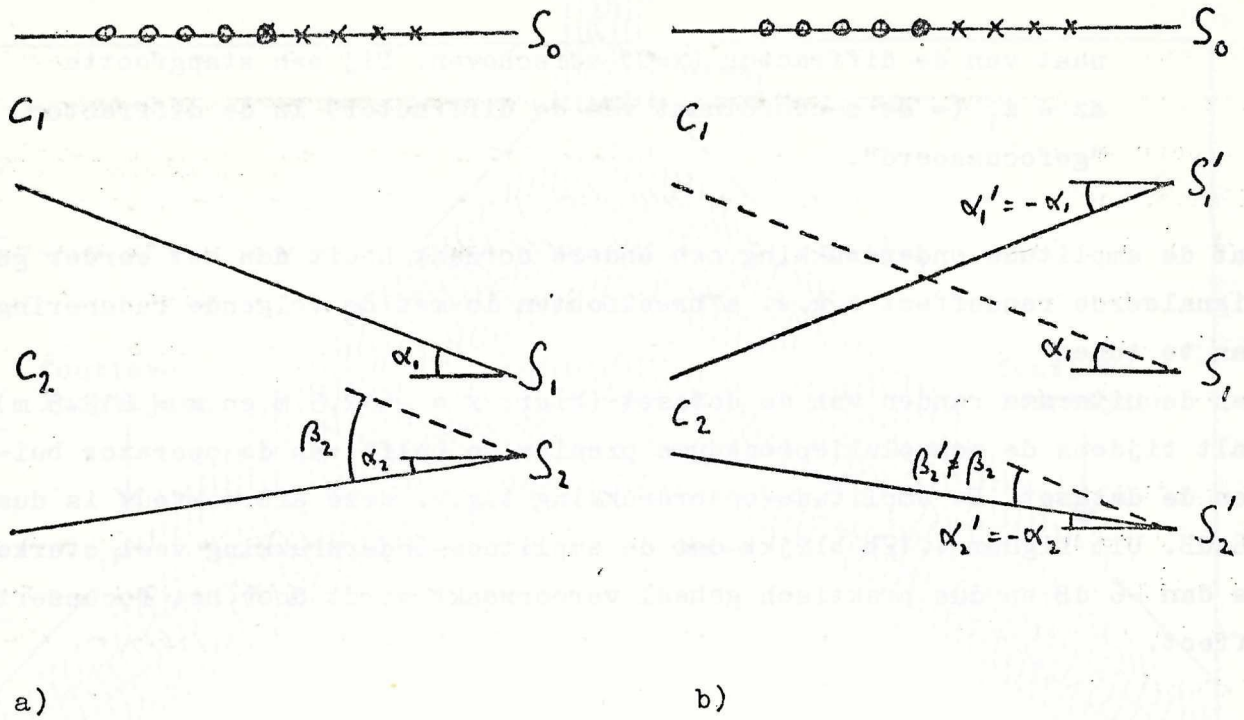
2 Het focuseringseffect als gevolg van de achterwaartse extrapolatie.

De aard van dit effect is een aanzienlijke amplitudeonderdrukking aan weerszijden van de zero-offset-registratie.

Het resultaat is dat de onder 1 genoemde fout (foutieve looptijden) onderdrukt wordt door het onder 2 genoemde focuseringseffect. Voor onze doeleinden heeft het focuseringseffect dus een gunstige invloed, immers de foutieve looptijden in de geëxtrapoleerde dataset zouden leiden tot een onjuiste schatting van de asymptoten en dus van c (verschuiving van het maximum in de coherentiefunctie), echter door de amplitudeonderdrukking van diè signalen waarin de foutieve looptijden voorkomen zullen deze signalen weliswaar invloed hebben op de grootte van het maximum in de coherentiefunctie (verlaging van het maximum t.g.v. "energieverlies") maar zij zullen door hun lage amplitude weinig tot geen invloed hebben op de plaats van dit maximum, dus op de schatting van de geluidssnelheid c .

Opmerking 1

Een kwantitatieve beschouwing over de looptijdfouten die het gevolg zijn van de eindige afmetingen van de dataset is theoretisch zeer moeilijk, echter op grond van rekenexperimenten valt hier wel iets over te zeggen.



Figuur 4.13

- a) Scheef gelaagd systeem
- b) Gespiegelde situatie

De CMP-dataset is voor beide gevallen identiek, dus extrapolatie van S_0 naar S_1 (stippellijn in b) moet in beide gevallen de zelfde resultaten leveren.

In hoofdstuk III.2c is de door Prinzen (6) ontwikkelde methode ter bepaling van looptijdverschillen m.b.v. kruiscorrelatiefuncties beschreven. Met deze methode zijn we in staat om de looptijden in een geëxtrapoleerde CMP-dataset te bepalen en deze te vergelijken met de theoretisch te verwachten looptijden. Een grafisch interessante methode zou zijn het kwadraat van de gemeten looptijd als functie van het kwadraat van de offset uit te zetten (zie III.2c). Theoretisch verwachten we hier n.l. een lineair verband. In de toekomst zal hier aan gewerkt worden.

Opmerking 2

De in deze paragraaf gemaakte beperking S_i/S_{i+1} is slechts terwille van de duidelijkheid gemaakt. Een analoog verhaal kan gehouden worden voor niet-parallelle extrapolatie (alleen de exacte overeenkomst tussen CMP- en ZO-extrapolatie wordt dan niet aan voldaan).

IV.9b De hoekparadox

Beschouw het scheef gelaagd systeem uit figuur 4.13a en bedenk dat in overeenstemming met de opmerking in II.1 voor de CMP-dataset geldt

$$(P_{m,-m})_{S_0} = (P_{-m,m})_{S_0} .$$

Dit betekent dat voor een tweede denkbeeldig scheef gelaagd systeem, dat verkregen wordt door het eerste t.o.v. $x=x_0$ te spiegelen (zie fig. 4.13b) de CMP-dataset niet te onderscheiden is van de eerder genoemde!

Dit heeft een nare consequentie voor de niet-parallelle extrapolatie van een CMP-dataset.

Veronderstel dat we de CMP-dataset in het systeem uit figuur 4.13a extrapoleren naar vlak S_1 . We verwachten dan dat we m.b.v. de in III besproken coherentietechnieken voor de schijnbare snelheid c_{S_2} vinden

$$c_{S_2} = c_2 / \cos \beta_2 , \quad 2.5b$$

waarin β_2 de relatieve hoek tussen S_1 en S_2 voorstelt:

$$\beta_2 = \alpha_2 - \alpha_1 ,$$

(α_1 is negatief).

Echter:

indien we in het gespiegelde systeem ($\alpha'_2 = -\alpha_2, \alpha'_1 = -\alpha_1$) de identieke CMP-dataset extrapoleren naar het zelfde (niet gespiegelde) vlak S_1 , m.a.w. wanneer we exact de zelfde procedure uitvoeren, maar er een andere interpretatie aan toekennen, dan verwachten we voor de schijnbare geluidssnelheid c_{s_2}

$$c_{s_2} = c_2 / \cos \beta'_2 \neq c_2 / \cos \beta_2,$$

waarin β'_2 de relatieve hoek tussen S_1 en het gespiegelde vlak S'_2 voorstelt:

$$\beta'_2 = \alpha'_2 - \alpha_1 = -\alpha_2 - \alpha_1 \neq \beta_2.$$

Hier is sprake van de zgn. "hoekparadox", die een direct gevolg is van de in IV.7 geïntroduceerde benadering, n.l. het nul stellen van alle elementen in de registratie-matrix P_{S_0} (complete dataset) die niet tot de "anti-diagonaal" (CMP-dataset) behoren.

(Dat de paradox niet optreedt wanneer we deze benadering niet maken, dus wanneer we de complete dataset extrapoleren, volgt uit het feit dat de complete dataset voor het gespiegelde systeem niet identiek is met de complete dataset voor het niet-gespiegelde systeem).

Wanneer we nu in 2.5b de absolute hoek α_2 van de reflector S_2 (d.w.z. de hoek t.o.v. S_0) substitueren i.p.v. de relatieve hoek β_2 (d.w.z. de hoek t.o.v. het bovenliggende vlak, hier S_1) dan vinden we voor de originele situatie (fig. 4.13a) en voor de gespiegelde situatie (fig. 4.13b) de zelfde waarde voor de schijnbare snelheid:

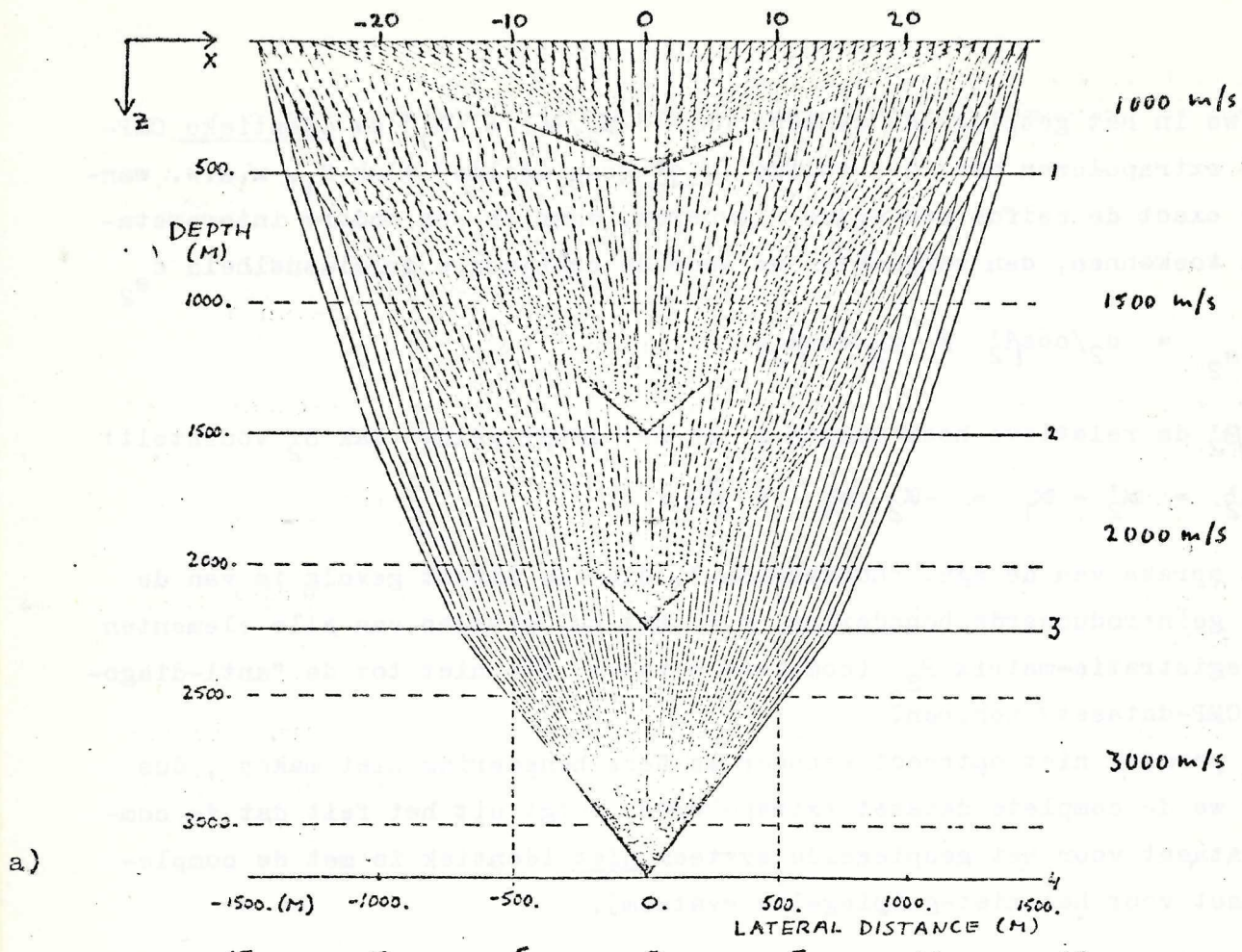
$$c_{s_2} = c_2 / \cos \alpha_2 = c_2 / \cos \alpha'_2. \quad 4.22a$$

Rekenexperimenten hebben inderdaad aangetoond dat algemeen geldt:

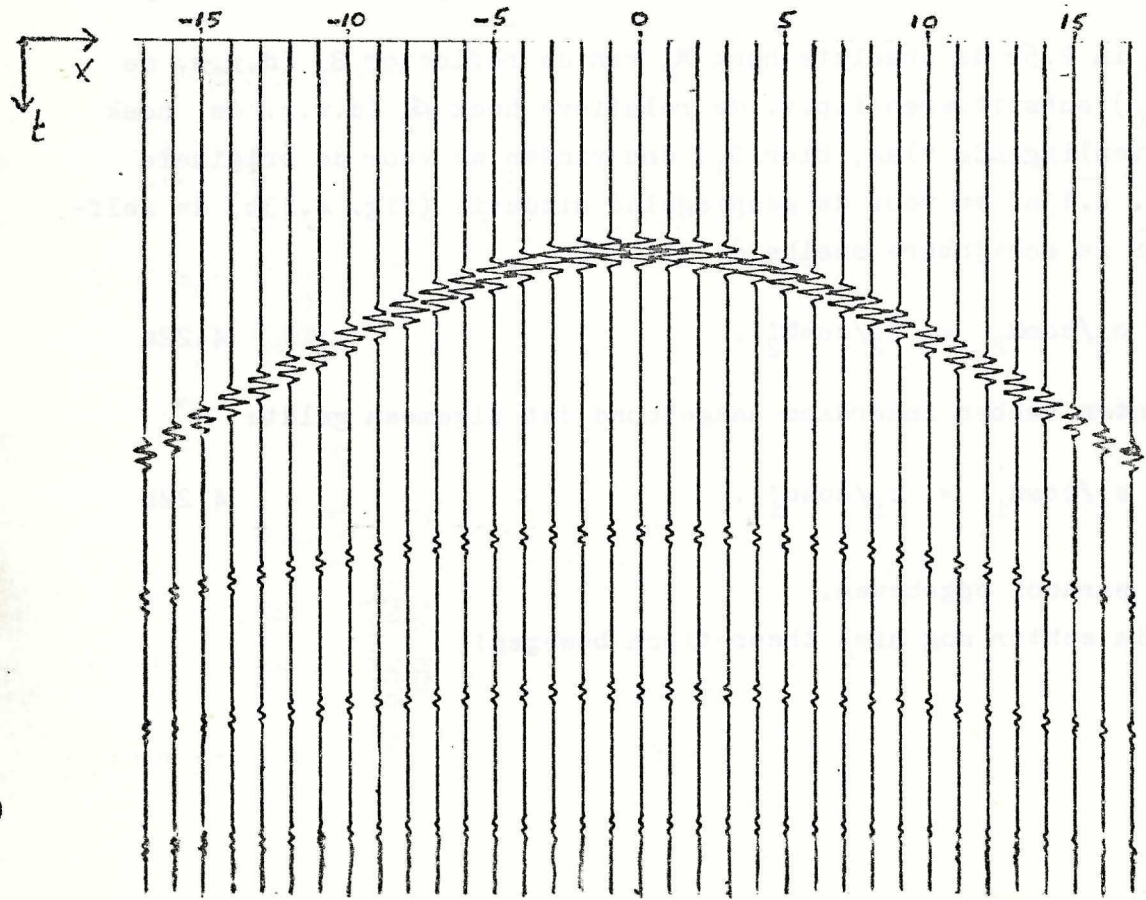
$$c_{s_i} = c_i / \cos \alpha_i = c_i / \cos \alpha'_i. \quad 4.22b$$

Hiermee is de paradox opgeheven.

Relatie 4.22 is echter nog niet theoretisch bewezen!



a)



b)

Figuur 5.1

- a) Plan-parallel gelaagd systeem. De golfpaden van bron via reflector naar ontvanger zijn geschetst.
- b) De bijbehorende CMP-registraties.

V Experimentele resultaten

In dit hoofdstuk wordt de reconstructie van de geluidsnelheidsverdeling van computer-gesimuleerde modellen besproken. De data zijn gegenereerd met het software-package AIMS (5). (AIMS: Advanced Interpretive Modeling System). De reconstructie is uitgevoerd m.b.v. het in appendix D beschreven software-package.

Achtereenvolgens zijn de volgende situaties gemodelleerd en gereconstrueerd:

- 1 Parallel gelaagd systeem
- 2 Een systeem bestaande uit één niet-plan-parallelle laag
- 3 Een niet-plan-parallel gelaagd systeem
 - a Reconstructie volgens conventionele methode (Taner & Koehler (2))
 - b Reconstructie m.b.v. achterwaartse golfveldextrapolatie.

Merk op dat de volgorde van hoofdstuk II is aangehouden. Experimentele resultaten voor het systeem bestaande uit één plan-parallelle laag is reeds ter sprake gekomen in hoofdstuk III en zal vanwege de eenvoud niet in dit hoofdstuk behandeld worden.

Voor alle besproken situaties is het volgende aangenomen:

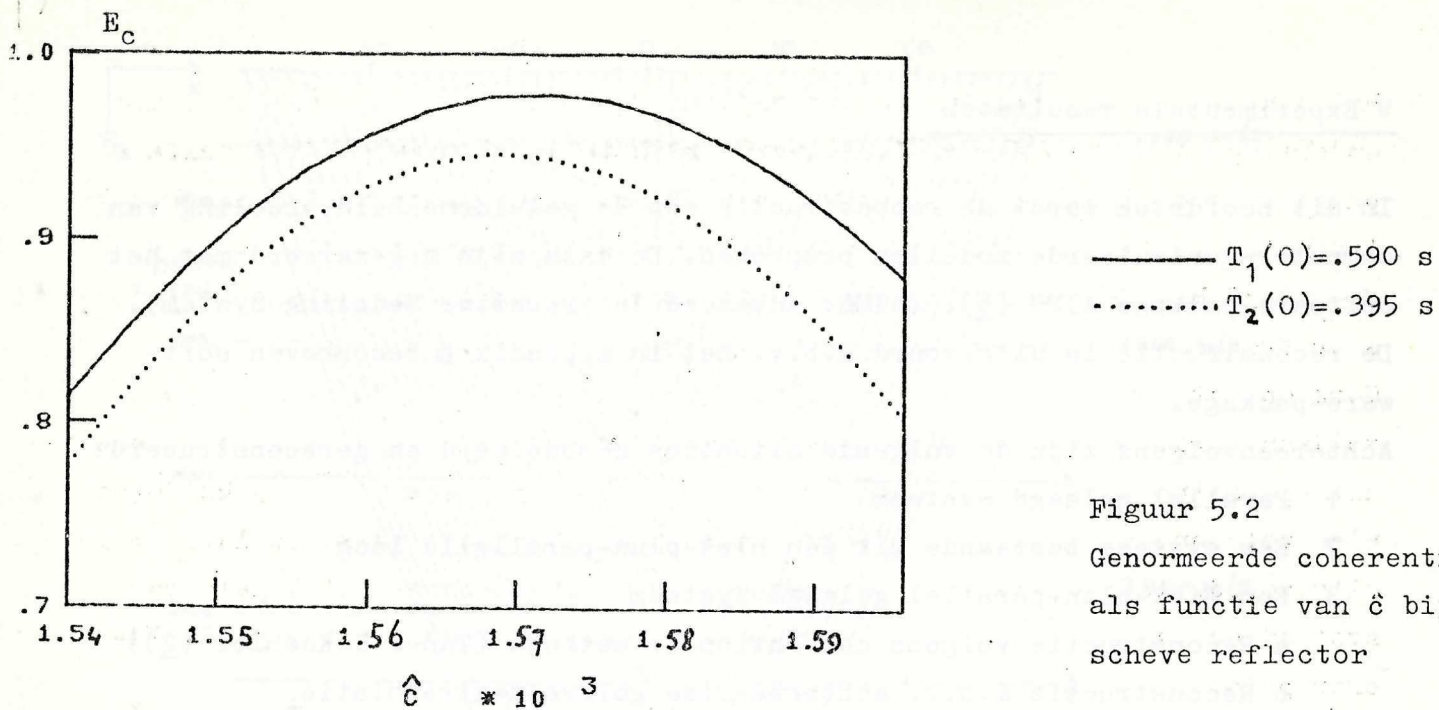
- * reflecties aan de laaggrenzen zijn alleen het gevolg van snelheidsverschillen (geen dichtheidverschillen),
- * de reflectoren zijn "locally reacting" (Berkhout (1), IV.6) en vlak,
- * multiple reflections worden buiten beschouwing gelaten (II.3),
- * de directe overdracht tussen bron en ontvanger wordt buiten beschouwing gelaten (IV.5),
- * het systeem is per laag homogeen, isotroop en lineair,
- * het systeem is absorptie- en dispersievrij,
- * de registraties zijn ruisvrij.

V.1 Reconstructie van een parallel gelaagd systeem

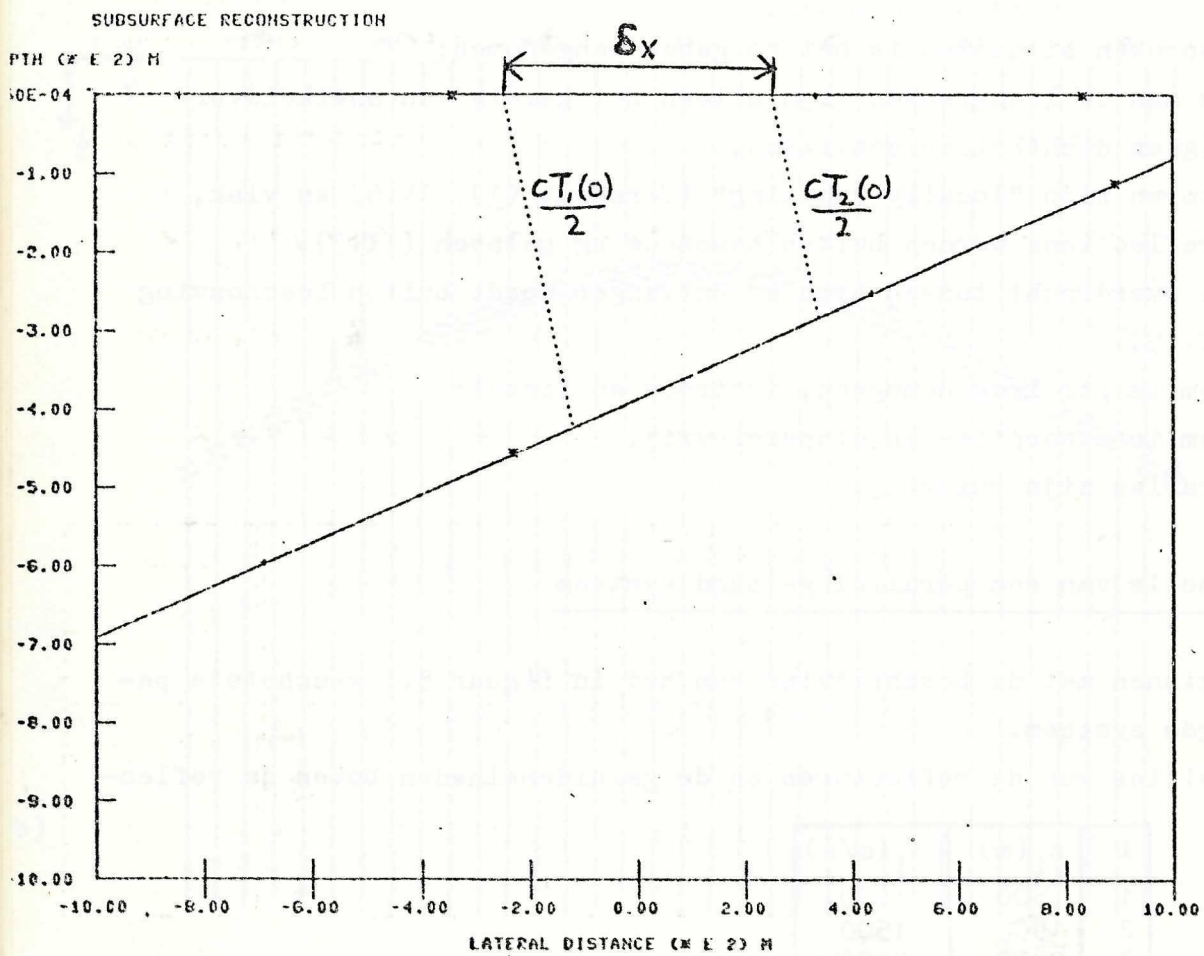
We zullen beginnen met de beschrijving van het in figuur 5.1 geschetste parallel gelaagde systeem.

Voor de z-posities van de reflectoren en de geluidsnelheden boven de reflectoren geldt

i	z_i (m)	c_i (m/s)
1	500	1000
2	1500	1500
3	2250	2000
4	3200	3000



Figuur 5.2
 Genormeerde coherentie
 als functie van \hat{c} bij
 scheve reflector



Figuur 5.3
 Reconstructie van het systeem bestaande uit één niet-plan-parallelle laag.

Het aantal bron/ontvangers op het oppervlak bedraagt 59 ($-29 \leq n \leq 29$), met onderlinge afstand $\Delta x = 50\text{m}$. De signalen zijn in de tijd verschoven nul fase-pulsen. Deze signalen zijn verkregen door een recht spectrum (dirac-puls in t-domein) te filteren met een symmetrisch cosinuswindow met $f_{\min} = 10\text{ Hz}$ en $f_{\max} = 30\text{ Hz}$. Het temporele bemonsterinterval bedraagt 0.01 s , dus de bemonster frequentie $f_s = 100\text{ Hz}$.

Merk op dat aan de eerste anti-aliasingvoorwaarde (IV.2) $f \leq 1/2\Delta t = 50\text{ Hz}$ voldaan wordt over het gehele cosinusspectrum ($f_{\max} < 50\text{ Hz}$). Aan de tweede anti-aliasingvoorwaarde (IV.5) $f \leq c/4\Delta x = (1000\text{ m/s})/(4 \times 50\text{ m}) = 5\text{ Hz}$ wordt niet voldaan, hetgeen geen bezwaar is zolang geen golfveldextrapolatie wordt uitgevoerd. In hoofdstuk II.3 is afgeleid dat voor een parallel gelaagd systeem een goede reconstructie kan worden verkregen zonder dat golfveldextrapolatie noodzakelijk is.

We zullen dit aan de hand van het hier beschreven voorbeeld aantonen.

We maken gebruik van de in III.2bi beschreven coherentiefunctie $E_c(\hat{T}_0, \hat{c})$ ter bepaling van de effectieve geluidsnelheden $\sqrt{c_i^2}$ en de zero-offset looptijden $T_i(0)$, zie ook hoofdstuk II.3.

Dit betekent dus dat de coherentie-berekeningen in het tijddomein uitgevoerd worden en dat ter verscherping van het maximum een symmetrisch cosinuswindow wordt toegepast.

Om de invloed van de "afbreekfout" $O(x^4)$, (rel. 2.3a) te bestuderen wordt de coherentiefunctie op twee manieren bepaald:

- 1 de berekeningen worden uitgevoerd op de registraties $0 \leq n \leq 14$, dus $x_{\max} = 2 \times 14 \times \Delta x = 1400\text{ m}$,
- 2 de berekeningen worden uitgevoerd op de registraties $0 \leq n \leq 28$, n even, dus $x_{\max} = 2 \times 28 \times \Delta x = 2800\text{ m}$.

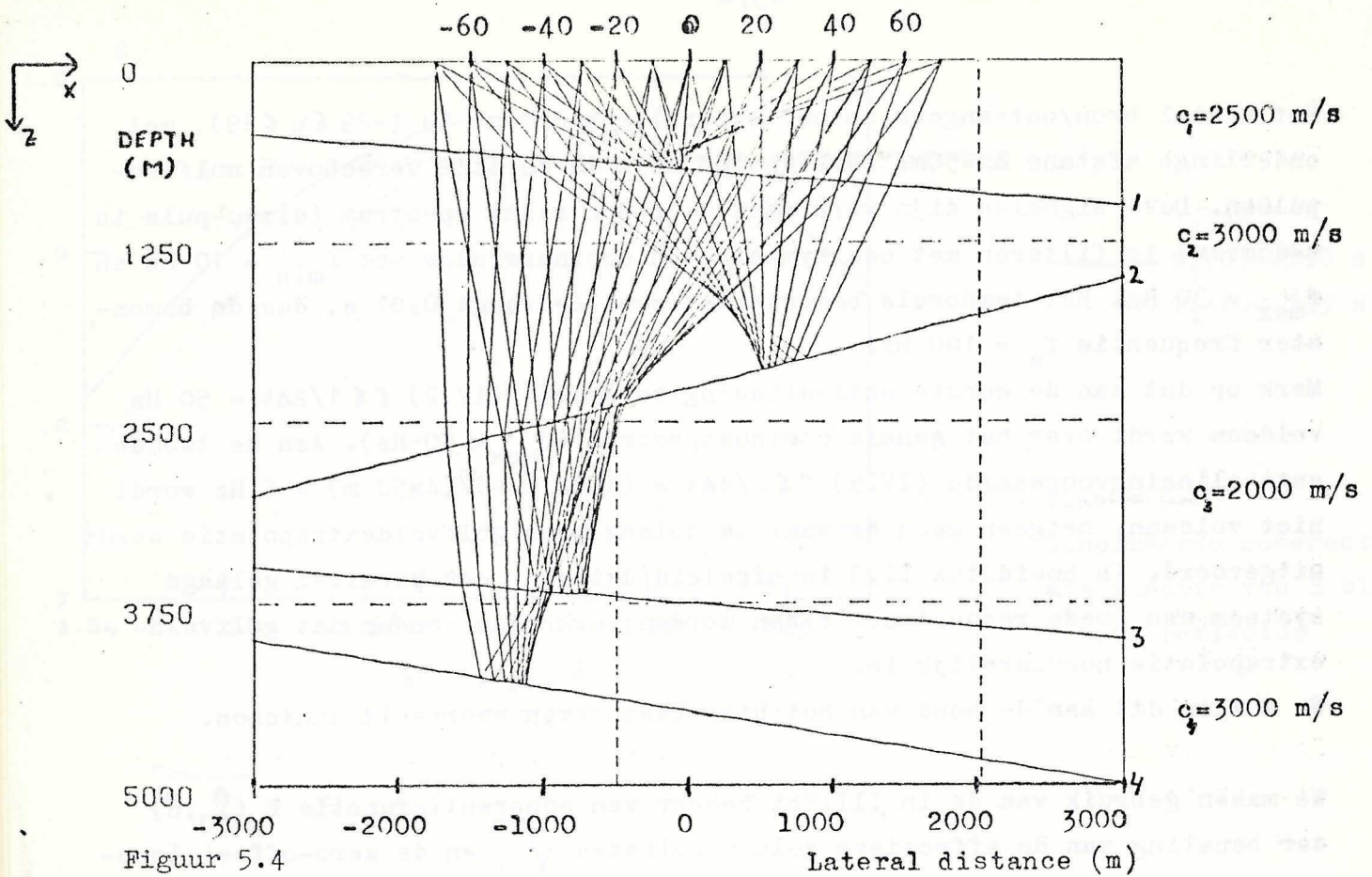
M.b.v. de recursieformule 2.4 worden de snelheden c_i per laag berekend.

Hier volgen de resultaten

i	$T_i(0)$ (s)	$\Delta T_i(0)$ (s)	$x_{\max} = 1400\text{ m}$				$x_{\max} = 2800\text{ m}$				model	
			$\sqrt{c_i^2}$ (m/s)	c_i (m/s)	Δz_i (m)	z_i (m)	$\sqrt{c_i^2}$ (m/s)	c_i (m/s)	Δz_i (m)	z_i (m)	c_i (m/s)	z_i (m)
1	1.00	1.00	1000	1000	500	500	1000	1000	500	500	1000	500
2	2.33	1.33	1313	1506	1002	1502	1324	1523	1013	1513	1500	1500
3	3.08	0.75	1512	2008	753	2255	1522	2017	756	2269	2000	2250
4	3.72	0.64	1860	3018	966	3220	1868	3022	967	3236	3000	3200

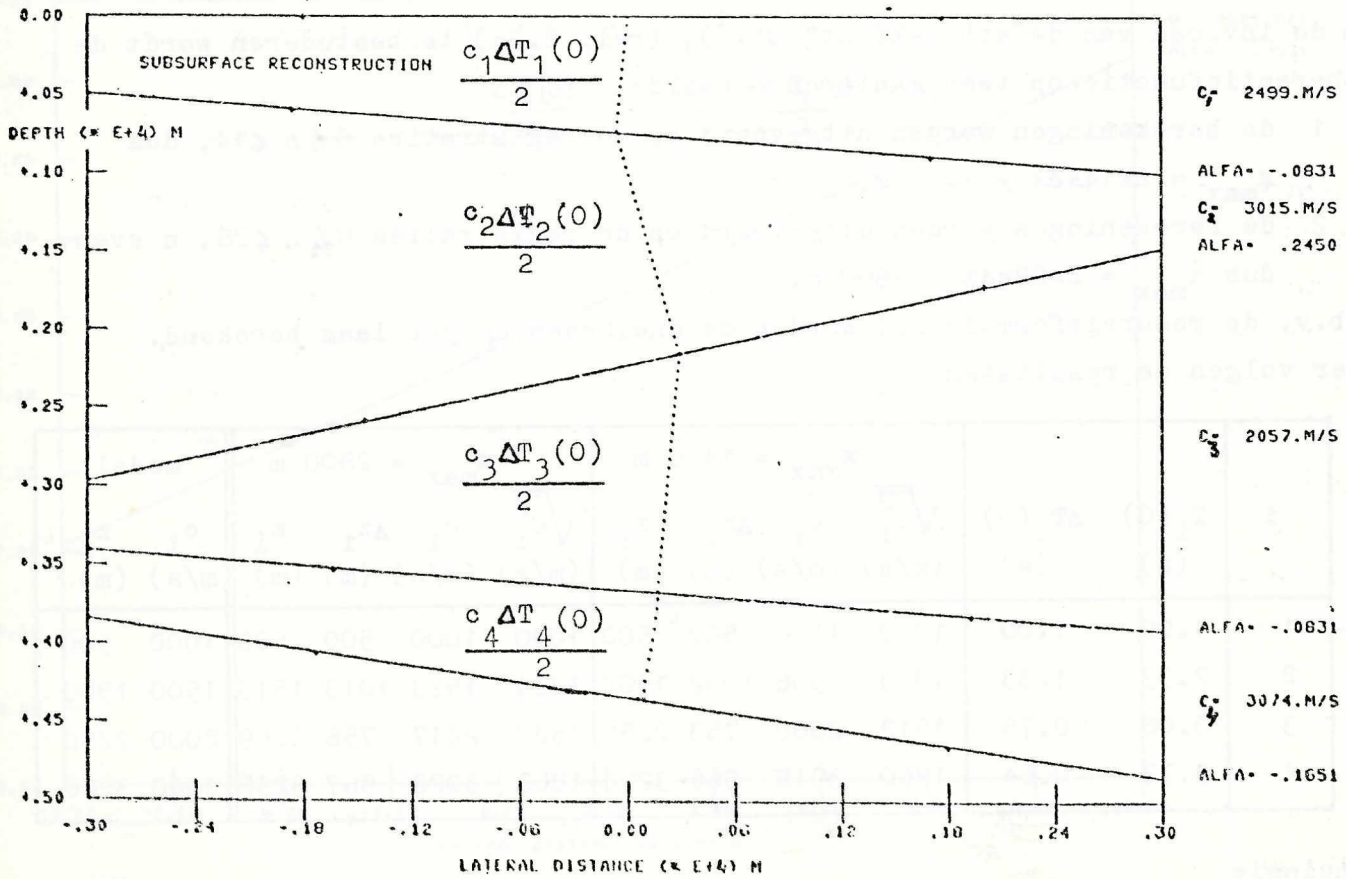
Conclusie

Uit het bovenstaande blijkt dat voor een parallel gelaagd systeem inderdaad de in II.3 beschrevenmethode voldoet om de geluidsnelheden in de verschil-



Figuur 5.4

Niet-plan-parallel gelaagd systeem. De golfpaden van bron via reflector naar ontvanger zijn geschetst. De bijbehorende registraties zijn gegeven in figuur 5.6a.



Figuur 5.5

Reconstructie van het niet-plan-parallel gelaagd systeem volgens fig. 5.4.

lende lagen te bepalen.

Tevens blijkt dat voor relatief kleine x_{\max} de resultaten het meest nauwkeurig zijn hetgeen theoretisch te verklaren is uit de relatief kleine afbreekfout $O(x^4)$ in relatie 2.3a.

Merk op dat zelfs voor $x_{\max}/z_{\max} \approx 1$ de fouten in de geschatte snelheden niet groter zijn dan ca. 1.5%.

V.2 Reconstructie van een systeem bestaande uit één niet-plan-parallelle laag

Beschouw de situatie uit figuur 2.5b. Voor deze situatie zijn twee CMP-datasets gemodelleerd, met de volgende gegevens:

$$c = 1500 \text{ m/s}, T_1(0) = 0.591 \text{ s}, T_2(0) = 0.394 \text{ s}, \alpha = 0.3.$$

De afstand δx tussen de middelpunten van de datasets bedraagt 500 m.

Er is weer gekozen voor de coherentiefunctie $E_c(\hat{T}_0, \hat{c})$ ter bepaling van de schijnbare geluidssnelheid c_s en de zero-offset looptijden $T_1(0)$ en $T_2(0)$.

Hier volgen de resultaten:

CMP-data set i	model			reconstructie		
	c (m/s)	c_s (m/s)	$T_i(0)$ (s)	c (m/s)	c_s (m/s)	$T_i(0)$ (s)
1	1500	1570.1	0.591	1503	1572	0.590
2	1500	1570.1	0.394	1499	1568	0.395

De genormeerde coherentiefuncties $E_c^N(T_1(0), \hat{c})$ en $E_c^N(T_2(0), \hat{c})$, dus E als functie van \hat{c} bij de juiste waarde van $\hat{T}_i(0) = T_i(0)$, zijn weergegeven in figuur 5.2. Uit deze figuur en uit bovenstaande resultaten blijkt duidelijk dat het maximum van de coherentiefunctie t.g.v. de hoek α van de reflector naar een hogere waarde verschoven is ($c_s \approx 1570$ m/s i.p.v. $c = 1500$ m/s). M.b.v. c_s en relatie 2.6 is de werkelijke geluidssnelheid en de hoek α te bepalen. Er volgt

$$\begin{aligned} c &= 1501 \text{ m/s} && \text{(gemiddelde waarde)} && \text{(model: } c = 1500 \text{ m/s)} \\ \alpha &= 0.297 \text{ rad} && && \text{(model: } \alpha = 0.3 \text{ rad)} \end{aligned}$$

Het gereconstrueerde model is geschetst in figuur 5.3.

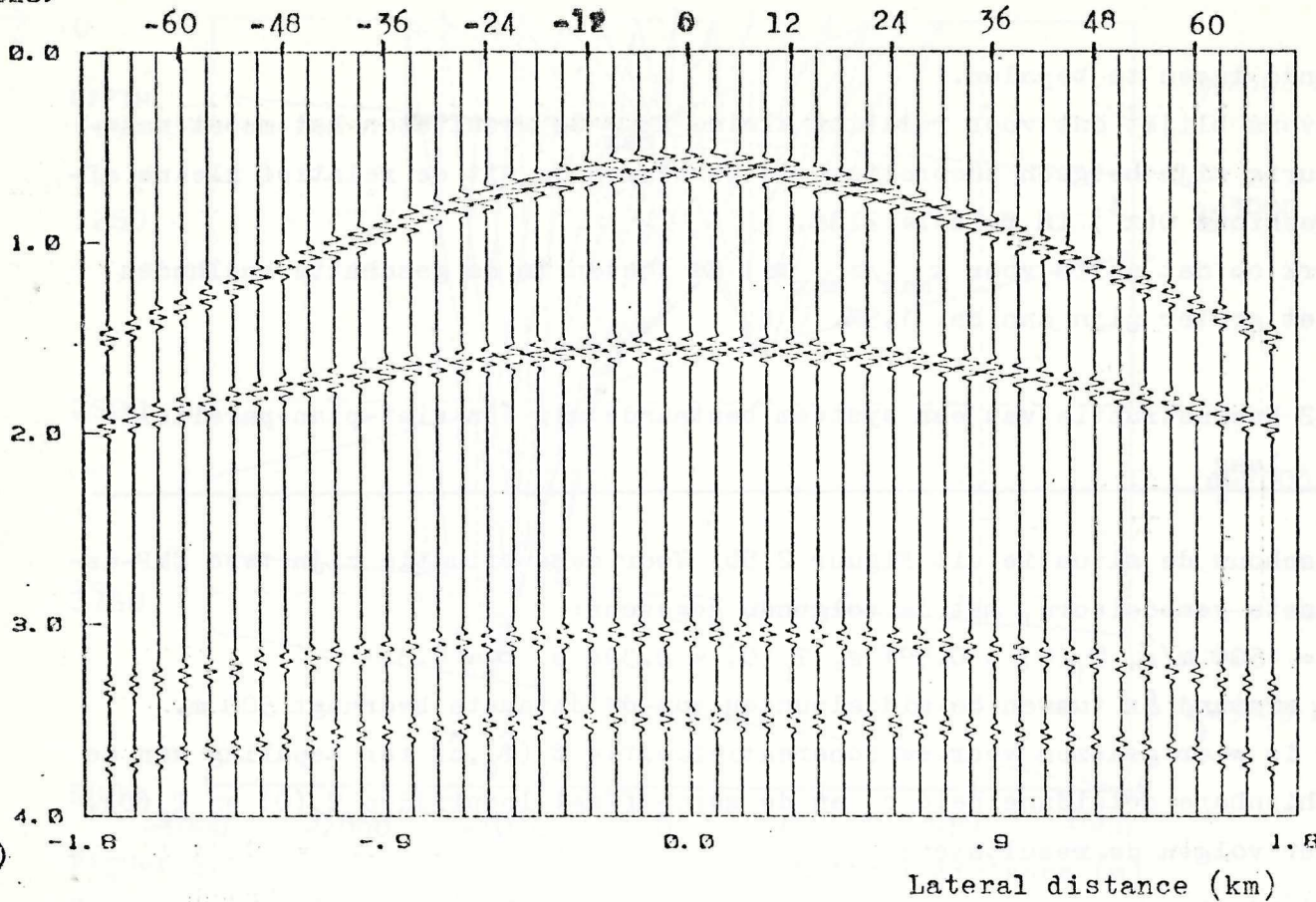
Conclusie

De in hoofdstuk II.4 beschreven methode voor de bepaling van de geluidssnelheid in een systeem bestaande uit één niet-plan-parallelle laag blijkt uitstekend te voldoen.

(In II.4 is reeds opgemerkt dat de methode in principe exact is!).

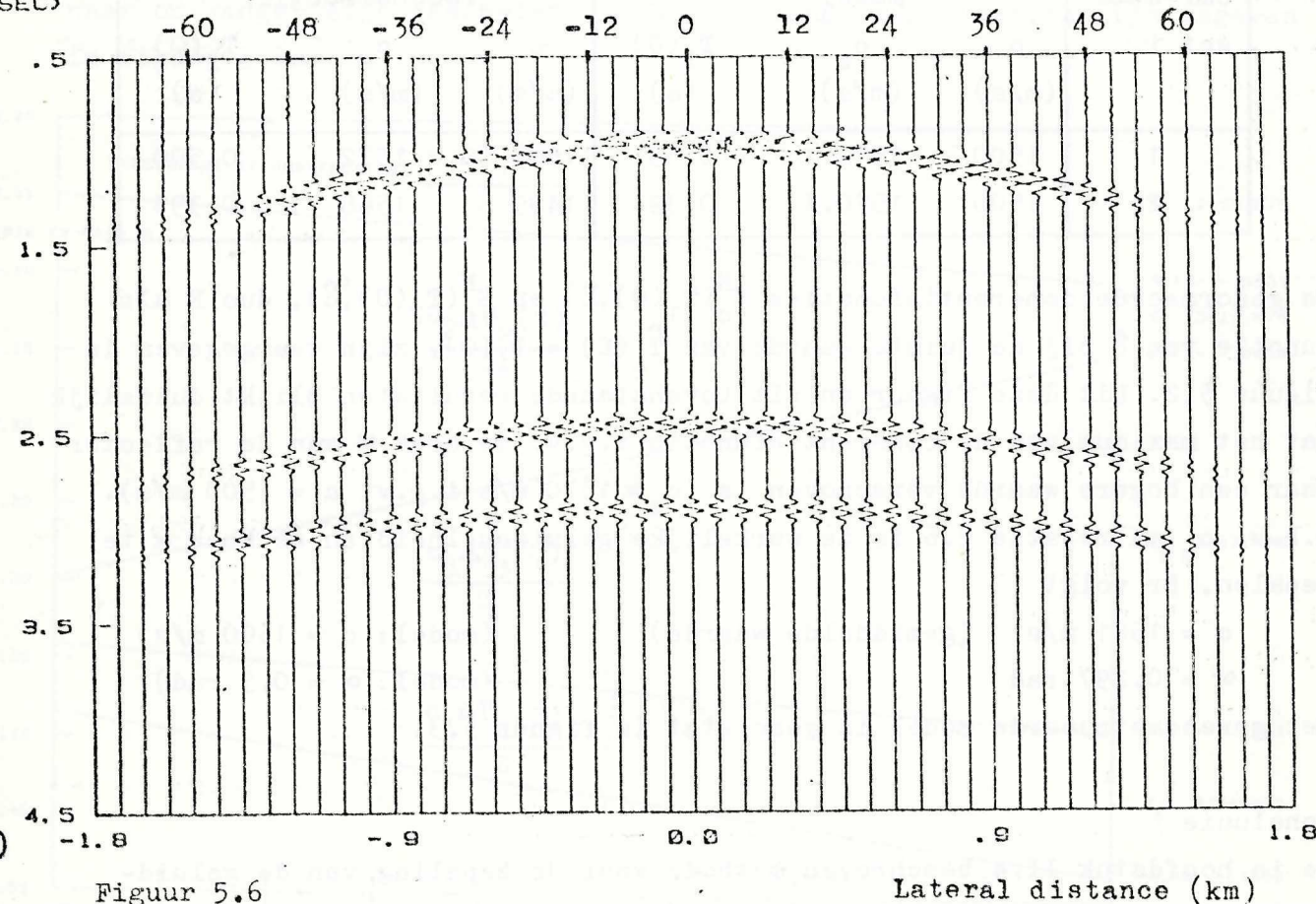
TIME
(SEC)

LINEAR DISPLAY



a)

TIME
(SEC)



b)

Figuur 5.6

Lateral distance (km)

a) CMP-registraties behorende bij de in figuur 5.4 geschetste situatie.

b) Extrapolatie-resultaat na één extrapolatiestap.

V.3 Gelaagd systeem bestaande uit meerdere niet-plan-parallelle lagen

Beschouw het in figuur 5.4 gegeven model. Voor de z-posities ($x=0$) van de reflectoren, de hoeken α en de geluidsnelheden c boven de reflectoren geldt:

i	z_i (m)	α_i (rad)	c_i (m/s)
1	750	-.08314	2500
2	2250	.24498	3000
3	3750	-.08314	2000
4	4500	-.16515	3000

Het aantal bron/ontvangers op het oppervlak bedraagt 143 ($-71 \leq n \leq 71$), met onderlinge afstand $\Delta x = 25$ m. Het signaalspectrum is het reeds in V.1 beschreven cosinusspectrum van $10 \text{ Hz} \leq f \leq 30 \text{ Hz}$. Voor de bemonsterfrequentie geldt $f_s = 100 \text{ Hz}$.

Merk op dat aan de eerste anti-aliasingvoorwaarde $f \leq 1/2\Delta t = 50 \text{ Hz}$ voldaan wordt over het gehele cosinusspectrum ($f_{\text{max}} = 30 \text{ Hz}$). Aan de tweede anti-aliasingvoorwaarde $f \leq c/4\Delta x = 25 \text{ Hz}$ wordt bijna geheel voldaan, hetgeen gezien de opmerking in IV.2 voldoende is. Bij beide hieronder te beschrijven reconstructiemethoden wordt weer gebruik gemaakt van de coherentiefunctie $E_c(\hat{T}_0, \hat{c})$. (De registraties zijn weergegeven in figuur 5.6a).

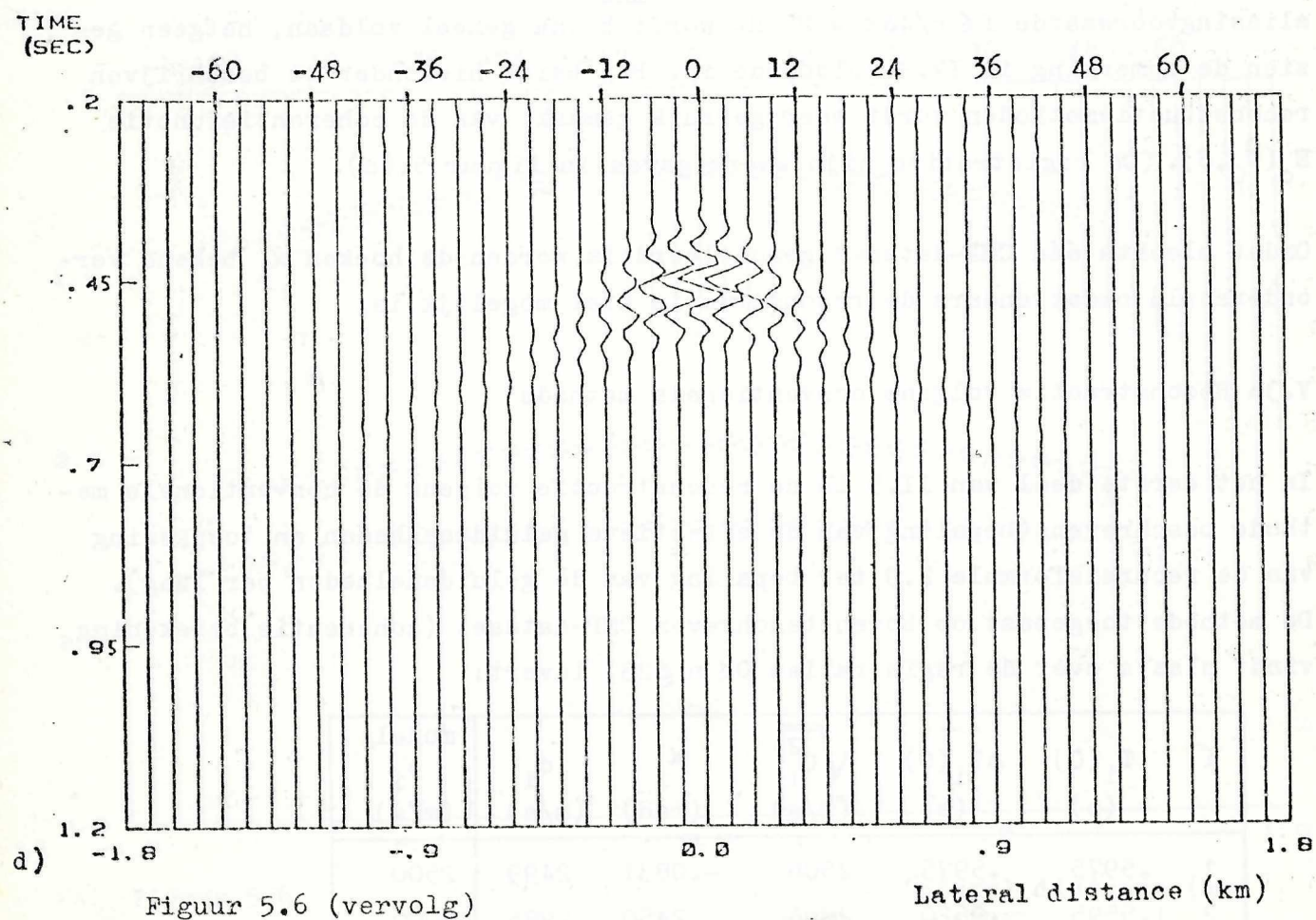
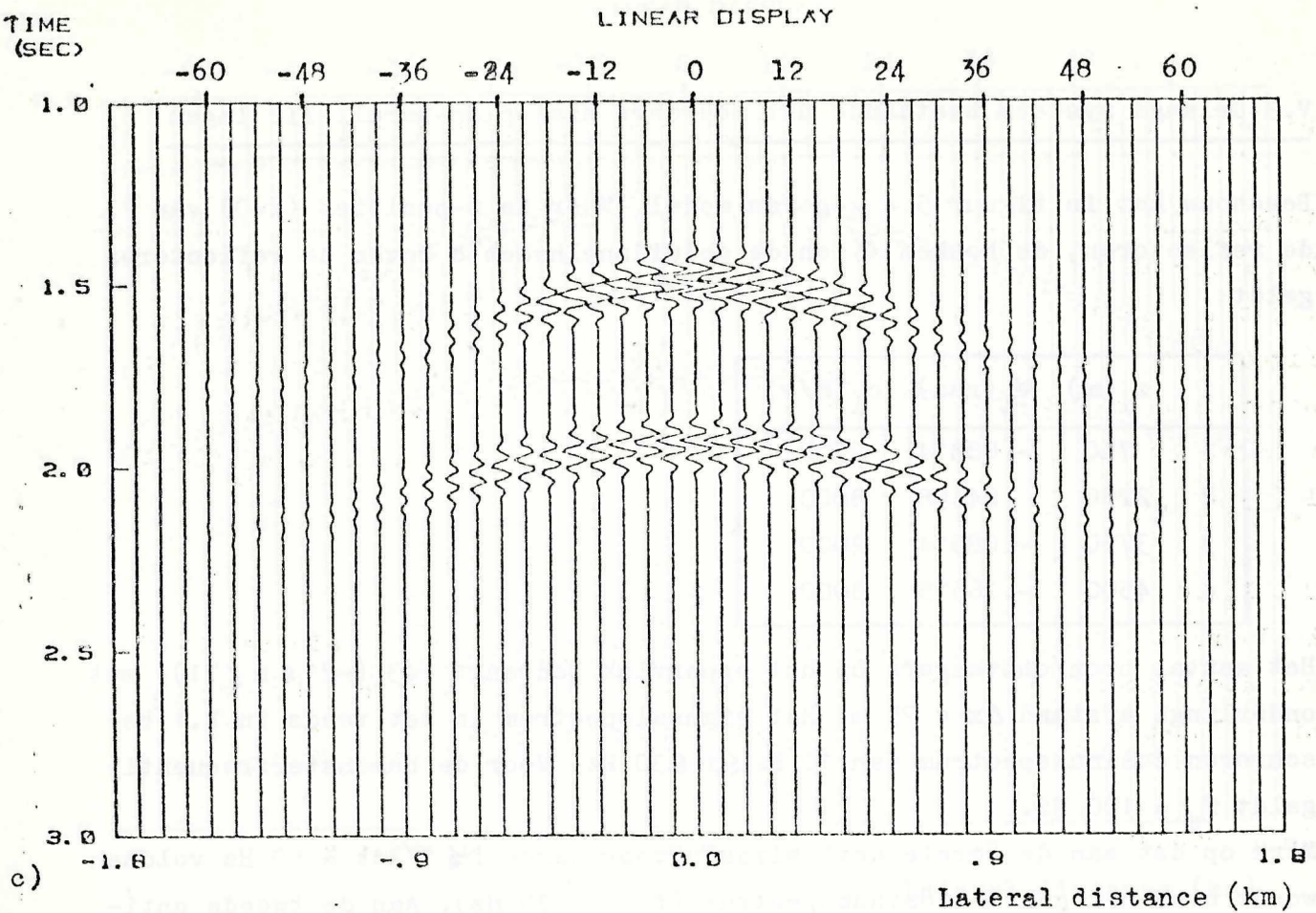
Omdat slechts één CMP-dataset gemodelleerd is worden de hoeken α_i bekend verondersteld omdat anders de reconstructie niet mogelijk is.

V.3a Reconstructie volgens conventionele methode

In het eerste deel van II.5 is de reconstructie volgens de conventionele methode beschreven (bepaling van de effectieve geluidsnelheden en toepassing van de recursieformule 2.9 ter bepaling van de geluidsnelheden per laag).

De methode toegepast op boven beschreven CMP-dataset (coherentie berekening vindt plaats over de registraties $0 \leq n \leq 23$) levert:

i	$T_i(0)$ (s)	$\Delta T_i(0)$ (s)	$\sqrt{c_i^2}$ (m/s)	α_i (rad)	c_i (m/s)	model: c_i (m/s)
1	.5975	.5975	2508	-.0831	2499	2500
2	1.5595	.9620	2896	.2450	2985	3000
3	3.0456	1.4861	2552	-.0831	2229	2000
4	3.4909	.4453	2640	-.1652	2987	3000



Figuur 5.6 (vervolg)

- c) Extrapolatieresultaat na twee extrapolatiestappen
- d) Extrapolatieresultaat na drie extrapolatiestappen

De genormeerde coherentiefuncties zijn weergegeven in figuur 5.7a.

Merk op dat voor lagen tussen reflectoren die onderling een grote hoek maken ($\beta_3 = \alpha_3 - \alpha_2 = -.3281$) deze methode tot onnauwkeurige resultaten leidt (fout in c_3 : 11.5%). De verklaring hiervoor is duidelijk geïllustreerd in figuur 2.6, waar blijkt dat de golfpaden behorende bij de zero-offset-registraties naar de tweede en derde reflector een totaal verschillende weg volgen. Aan de in de recursieformule gemaakte veronderstelling $\Delta T_3(0) = T_3(0) - T_2(0)$ wordt hier duidelijk niet voldaan.

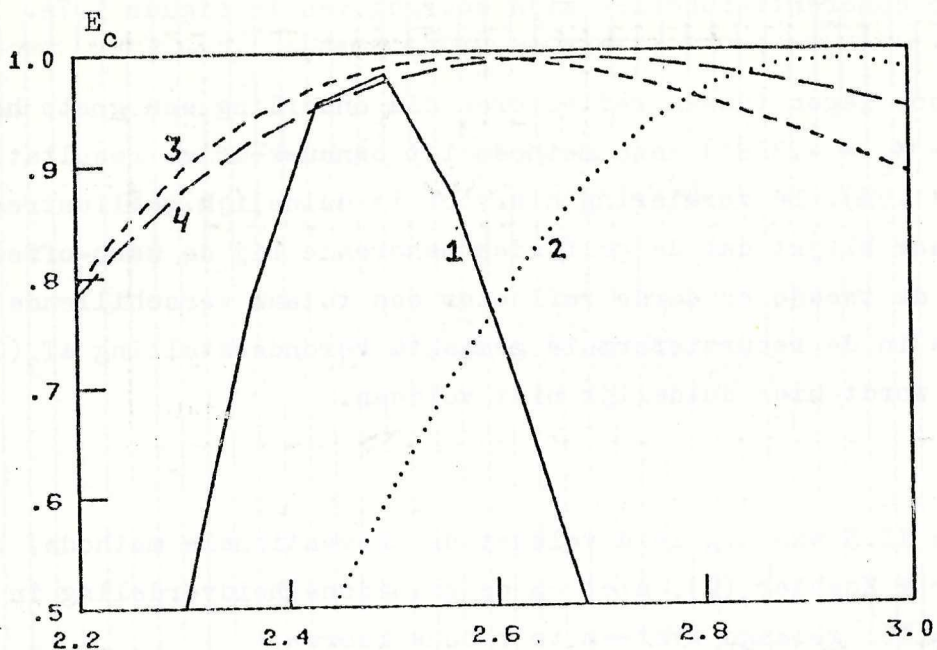
Conclusie

Zoals reeds in II.5 was afgeleid voldoet de conventionele methode, beschreven door Taner & Koehler (2), niet om de geluidsnelheidsverdeling in een niet-plan-parallel gelaagd systeem te reconstrueren.

V.3b Reconstructie m.b.v. achterwaartse golfveldextrapolatie

In het tweede deel van II.5 is een reconstructiemethode beschreven die afwisselend gebruik maakt van coherentietechnieken en achterwaartse extrapolatie van een CMP-dataset. We zullen voor de hier beschreven situatie deze methode volgen om het in figuur 5.4 geschetste model te reconstrueren. Toepassing van de coherentietechnieken op de bovenste hyperbool in figuur 5.6a levert $c_{s1} = 2508$ m/s, $T_1(0) = .5975$ s. De genormeerde coherentiefunctie voor $\hat{T}_1(0) = T_1(0)$ is gegeven in figuur 5.7b. M.b.v. relatie 4.22 (α_1 bekend) volgt $c_1 = 2499$ m/s. Nu kan de positie van de eerste reflector berekend worden. De CMP-dataset wordt nu geëxtrapoleerd naar deze reflector. Het geëxtrapoleerde resultaat is gegeven in figuur 5.6b. Toepassing van de coherentietechnieken levert voor de bovenste hyperbool $c_{s2} = 3108$ m/s, $\Delta T_2(0) = .9625$ s. (Omdat het over geëxtrapoleerde resultaten gaat spreken we van $\Delta T_1(0)$ i.p.v. $T_1(0)$). De genormeerde coherentiefunctie voor $\Delta \hat{T}_2(0) = \Delta T_2(0)$ is gegeven in figuur 5.7b. M.b.v. relatie 4.22 volgt $c_2 = 3015$ m/s. Na berekening van de positie van de tweede reflector wordt de dataset naar deze reflector geëxtrapoleerd. Het resultaat is gegeven in figuur 5.6c. Uit de eerste hyperbool volgt $c_{s3} = 2064$ m/s, $\Delta T_3(0) = 1.4875$ s.; $c_3 = 2057$ m/s. De coherentiefunctie is gegeven in figuur 5.7b. De volgende extrapolatiestap levert het resultaat van figuur 5.6d. Er volgt $c_{s4} = 3116$ m/s, $\Delta T_4(0) = .4475$ s.; $c_4 = 3074$ m/s. De coherentiefunctie is gegeven in fig. 5.7b.

Deze resultaten, samen met de resultaten verkregen met de conventionele methode zijn hieronder overzichtelijk weergegeven.

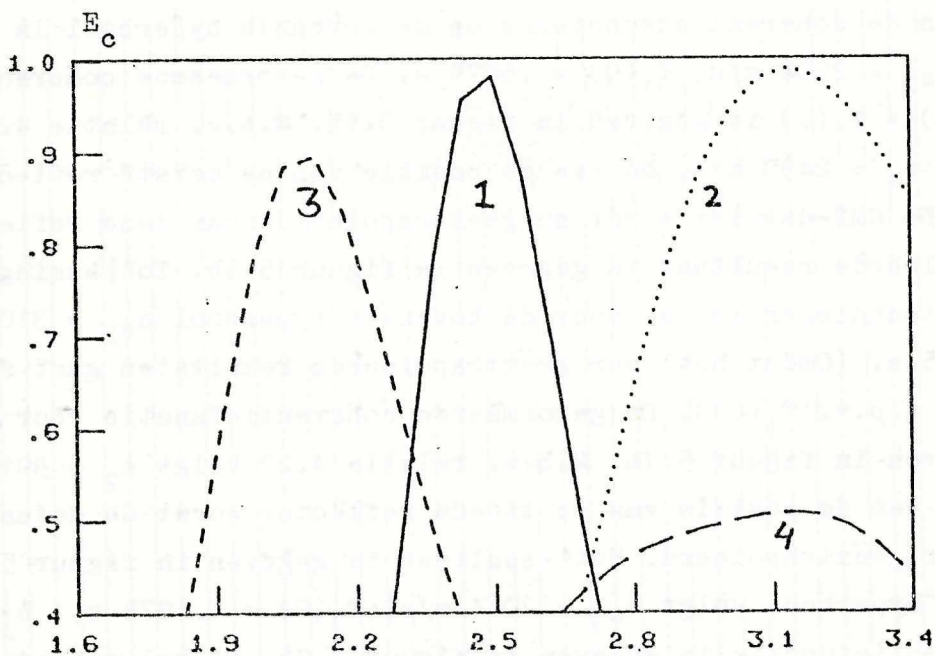


Figuur 5.7a

$\hat{\delta} \times 10^3$

De genormeerde coherentie als functie van $\hat{\delta}$, met $\hat{T}_i(0) = T_i(0)$

- 1) Eerste hyperbool in originele CMP-data (fig. 5.6a)
- 2) Tweede hyperbool in originele CMP-data (fig. 5.6a)
- 3) Derde hyperbool in originele CMP-data (fig. 5.6a)
- 4) Vierde hyperbool in originele CMP-data (fig. 5.6a)



Figuur 5.7b

$\hat{\delta} \times 10^3$

De genormeerde coherentie als functie van $\hat{\delta}$, met $\Delta\hat{T}_i(0) = \Delta T_i(0)$

- 1) Eerste hyperbool in originele CMP-data (fig. 5.6a)
- 2) Eerste hyperbool in data na één extrapolatiestap (fig. 5.6b)
- 3) Eerste hyperbool in data na twee extrapolatiestappen (fig. 5.6c)
- 4) Eerste hyperbool in data na drie extrapolatiestappen (fig. 5.6d)

	model	conv. meth.	nieuwe meth.	model	conv. meth.	nieuwe meth.
i	c_i	c_i	c_i	$\Delta T_i(0)$	$\Delta T_i(0)$	$\Delta T_i(0)$
	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(s)	(s)	(s)
1	2500	2499	2499	.598	.598	.598
2	3000	2985	3015	.984	.962	.963
3	2000	2229	2057	1.593	1.486	1.488
4	3000	2987	3074	.502	.445	.448

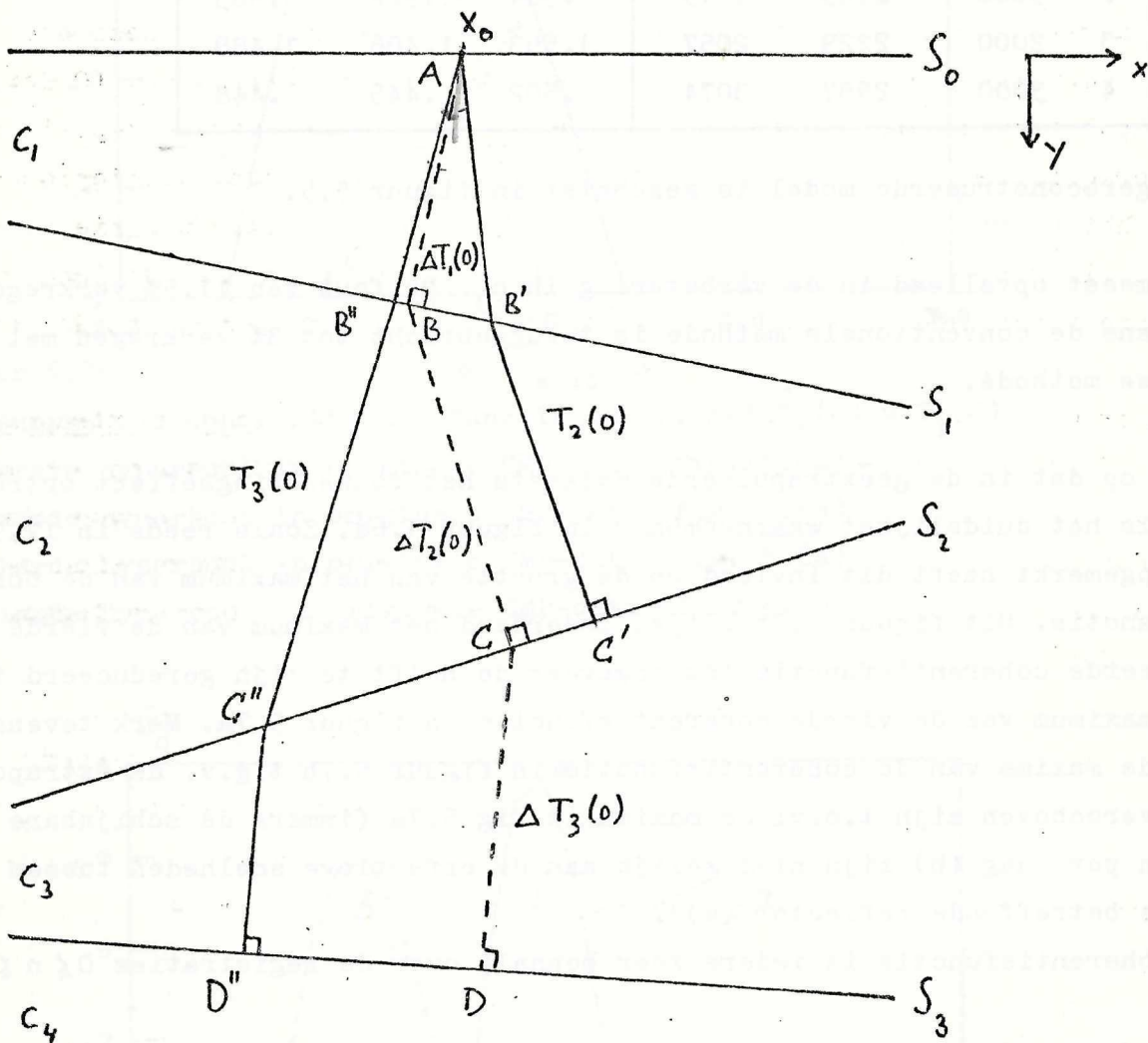
Het gereconstrueerde model is geschetst in figuur 5.5.

Het meest opvallend is de verbetering in c_3 . De fout van 11.5% verkregen volgens de conventionele methode is teruggebracht tot 3% verkregen met de nieuwe methode.

Merk op dat in de geëxtrapoleerde datasets het focuseringseffect optreedt. Dit is het duidelijkst waarneembaar in figuur 5.6d. Zoals reeds in IV.9a is opgemerkt heeft dit invloed op de grootte van het maximum van de coherentiefunctie. Uit figuur 5.7b blijkt inderdaad het maximum van de vierde genormeerde coherentiefunctie tot ongeveer de helft te zijn gereduceerd t.o.v. het maximum van de vierde coherentiefunctie in figuur 5.7a. Merk tevens op dat de maxima van de coherentiefuncties in figuur 5.7b t.g.v. de extrapolatie verschoven zijn t.o.v. de maxima in fig 5.7a (immers de schijnbare snelheden per laag (b) zijn niet gelijk aan de effectieve snelheden tussen $z=0$ en de betreffende reflector (a)).

De coherentiefunctie is iedere keer bepaald over de registraties $0 \leq n \leq 23$.

Een nadere beschouwing van de zero-offset-looptijden brengt een verschijnsel aan het licht dat een typisch gevolg is van CMP-dataextrapolatie (en dus niet optreedt bij extrapolatie van de complete dataset). Er blijkt n.l. dat de zero-offset-looptijden $\Delta T_i(0)$ van de geëxtrapoleerde datasets i.p.v. met de te verwachten waarden (op eenvoudige wijze uit de configuratie te berekenen, zie fig. 5.8) overeenkomen met de $\Delta T_i(0)$ van de niet geëxtrapoleerde dataset (beginsituatie). Dit verschijnsel is geïllustreerd in figuur 5.9 waar de zero-offset-registraties van de geëxtrapoleerde resultaten vergeleken worden met de zero-offset-registratie van de oorspronkelijke dataset.



Figuur 5.8

Uit de configuratie zijn de looptijden $\Delta T_i(0)$ te berekenen die we verwachten wanneer we de extrapolaties via de gestippelde paden uitvoeren. Duidelijk blijkt $\Delta T_3(0) \neq T_3(0) - T_2(0)$.

Het in IV.8 beschreven algoritme voor achterwaartse CMP-extrapolatie blijkt dus niet in staat de looptijden van de zero-offset-registraties op de juiste wijze aan te passen, de looptijden $\Delta T_i(0)$ in de geëxtrapoleerde resultaten voldoen n.l. aan $\Delta T_i(0) = T_i(0) - T_{i-1}(0)$, hetgeen blijktens figuur 5.8 fout is.

We zullen nu een alternatieve procedure beschrijven waarvan we verwachten dat daarmee bovenstaand gesignaleerd probleem omzeild wordt. Deze procedure maakt gebruik van andere (meer realistische) extrapolatiepaden. (Onder een extrapolatiepad verstaan we het pad waarlangs de bron/ontvanger-positie van de zero-offset-registratie verplaatst wordt t.g.v. de extrapolatieprocedure). Voor het hierboven beschreven rekenexperiment zijn de extrapolatiepaden d.m.v. stippellijnen aangegeven in figuur 5.8. Deze paden staan steeds loodrecht op de onderliggende reflector en representeren dus de golfpaden van de geëxtrapoleerde zero-offset-registraties.

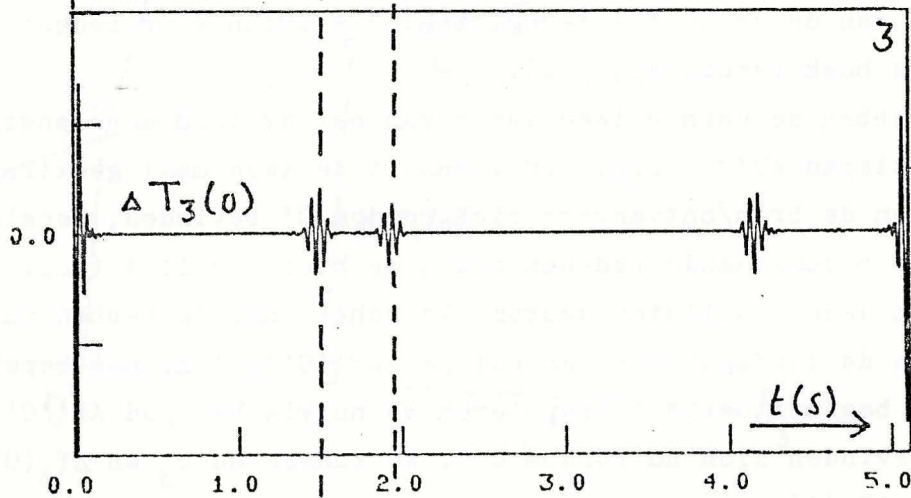
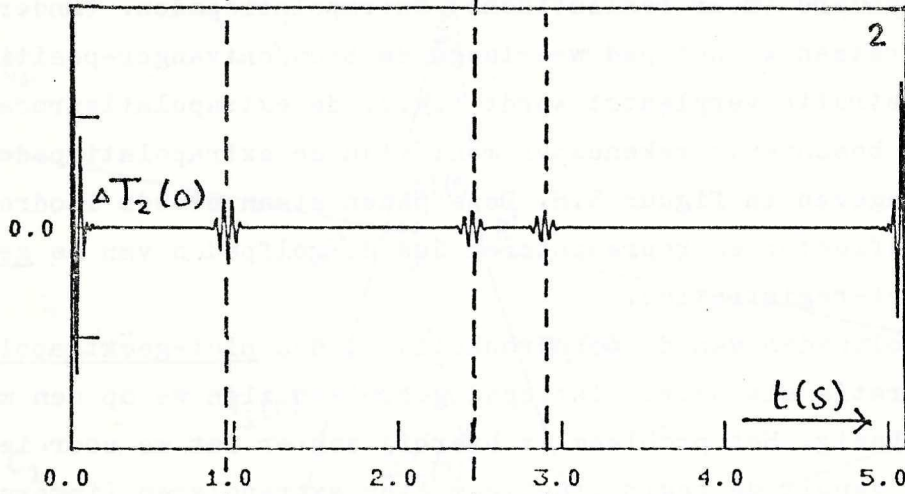
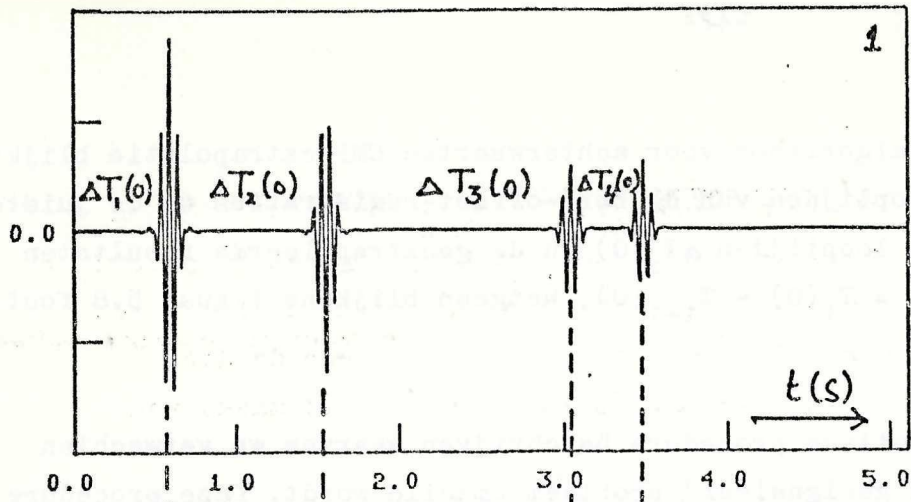
Wanneer we nu de golfpaden van de oorspronkelijke, dus niet-geëxtrapoleerde, zero-offset-registratie als extrapolatiepad gebruiken zijn we op een meer realistische manier bezig. Het probleem is hierbij echter dat we voor iedere te reconstrueren laag vanuit de beginsituatie moeten extrapoleren (immers de golfpaden van de zero-offset-registratie starten voor iedere reflector onder een andere hoek vanuit $x_0, z=0$).

Stel we hebben de eerste twee lagen van het systeem gereconstrueerd via het extrapolatiepad AB'C' (fig. 5.8). Vanuit de twee maal geëxtrapoleerde dataset, waarvan de bron/ontvangers zich rondom C' bevinden, bepalen we c_3 en $\Delta T_3(0)$. Om bovenstaande redenen maken we hier een fout (vnl. in $T_3(0)$), we beschouwen deze resultaten daarom als schatting. We hebben nu n.l. de gegevens waarmee we de configuratie van het pad AB''C''D'' kunnen bepalen (schatten). Vanuit de beginsituatie extrapoleren we nu via het pad AB''C''. De bron/ontvangers bevinden zich nu rondom C''. We kunnen nu c_3 en $\Delta T_3(0)$ opnieuw bepalen. Voor $\Delta T_3(0)$ zal nu gelden: $\Delta T_3(0) = 2C''D''/c_3$, hetgeen nu wel overeenkomt met de uit de configuratie te bepalen waarde.

Tevens zal c_3 nauwkeuriger bepaald worden.

Deze procedure kunnen we herhalen voor de reconstructie van de volgende lagen van het systeem. De hier beschreven oplossing is nog niet uitgevoerd. De schatting van de configuratie van de zero-offset-golfpaden vereist nieuw te ontwikkelen software.

|| Toepassing van de hier beschreven methode leidt ongetwijfeld tot meer nauwkeurige schattingen van de geluidsnelheden per laag.

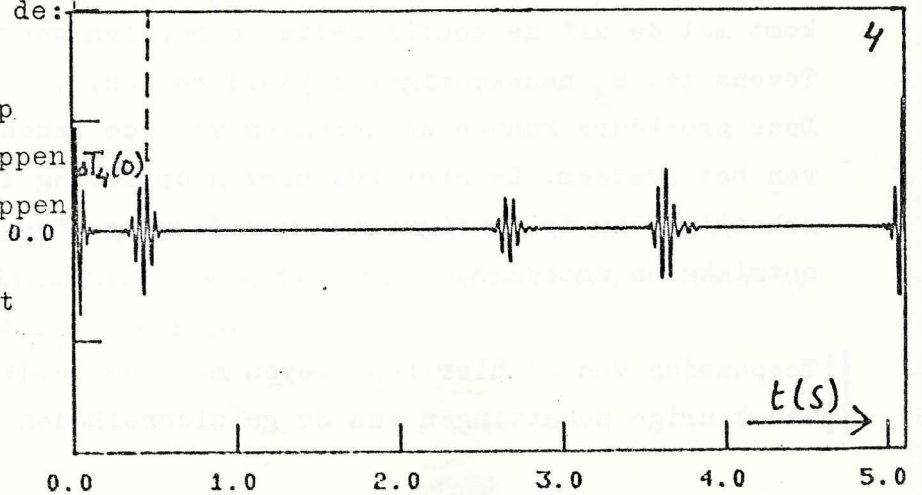


Figuur 5.9

De zero-offset registraties van de:

- 1) oorspronkelijke dataset
- 2) data na één extrapolatiestap
- 3) data na twee extrapolatiestappen
- 4) data na drie extrapolatiestappen

Duidelijk blijkt dat $\Delta T_1(0)$ niet door de extrapolatie beïnvloed wordt.



Conclusie

Toepassing van de methode die gebruik maakt van coherentietechnieken en achterwaartse extrapolatie van CMP-data ter bepaling van de geluid-snelheidsverdeling in een niet-plan-parallel gelaagd systeem leidt tot aanzienlijk nauwkeuriger resultaten dan toepassing van de door Taner & Koehler (2) beschreven methode die alleen gebruik maakt van coherentietechnieken.

Een verdere verbetering wordt verwacht wanneer we de extrapolatiepaden laten samenvallen met de zero-offset-golfpaden.

Appendix A

Bewijs van relatie 2.3.a

$$T_N^2(x) = T_N^2(0) + \frac{x^2}{c_N^2} + O(x^4) \quad 2.3.a$$

voor een parallel gelaagd systeem (zie fig. 2.4.a).

Voor Δx is af te leiden:

$$\Delta x_n = 2\Delta z_n \tan \theta_n = 2\Delta z_n \frac{\sin \theta_n}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_n}} \quad A.1$$

met:

$$\frac{\sin \theta_n}{c_n} = \frac{\sin \theta_{n-1}}{c_{n-1}} = \dots = \frac{\sin \theta_1}{c_1} \quad A.2$$

(wet van Snellius) wordt dit:

$$\Delta x_n = \frac{2c_n \Delta z_n \sin \theta_1}{c_1 \sqrt{1 - (c_n^2/c_1^2) \sin^2 \theta_1}} = \frac{c_n^2 \Delta T_n(0) \sin \theta_1}{c_1 \sqrt{1 - (c_n^2/c_1^2) \sin^2 \theta_1}} \quad A.3$$

Hieruit volgt voor x:

$$x = \sum_{n=1}^N \Delta x_n = \frac{\sin \theta_1}{c_1} \sum_{n=1}^N \frac{c_n^2 \Delta T_n(0)}{\sqrt{1 - (c_n^2/c_1^2) \sin^2 \theta_1}} \quad A.4$$

Evenzo is voor $T_N(x)$ af te leiden:

$$\Delta T_n(x) = \frac{2\Delta z_n}{c_n \cos \theta_n} = \frac{\Delta T_n(0)}{\cos \theta_n} = \frac{\Delta T_n(0)}{\sqrt{1 - (c_n^2/c_1^2) \sin^2 \theta_1}} \quad A.5$$

$$T_N(x) = \sum_{n=1}^N \Delta T_n = \sum_{n=1}^N \frac{\Delta T_n(0)}{\sqrt{1 - (c_n^2/c_1^2) \sin^2 \theta_1}} \quad A.6$$

Voor kleine $\sin^2 \theta_1$ kan de noemer in A.4 en A.6 ontwikkeld worden:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - (c_n^2/c_1^2) \sin^2 \theta_1}} = 1 + \frac{1}{2} (c_n^2/c_1^2) \sin^2 \theta_1 + \frac{3}{8} (c_n^4/c_1^4) \sin^4 \theta_1 \quad A.7$$

Hiermee zijn A.4 resp. A.6 te herschrijven als:

$$x = \frac{\sin\theta_1}{c_1} I_2 + \frac{1}{2} \frac{\sin^3\theta_1}{c_1^3} I_4 + \frac{3}{8} \frac{\sin^5\theta_1}{c_1^5} I_6 + \dots \quad \text{A.8}$$

resp.:

$$T_N(x) = I_0 + \frac{1}{2} \frac{\sin^2\theta_1}{c_1^2} I_2 + \frac{3}{8} \frac{\sin^4\theta_1}{c_1^4} I_4 + \dots \quad \text{A.9}$$

met:

$$I_k = \sum_{n=1}^N \Delta T_N(0) c_n^k \quad \text{A.10}$$

x hangt éénduidig samen met $\sin\theta_1/c_1$ (A.8), dus omgekeerd kunnen we schrijven:

$$\frac{\sin\theta_1}{c_1} = A_1 x + A_3 x^3 + \dots \quad \text{A.11}$$

Substitutie van A.11 in A.8 levert:

$$x = (A_1 x + A_3 x^3 + \dots) I_2 + \frac{1}{2} (A_1^3 x^3 + \dots) I_4 + \dots \quad \text{A.12}$$

Links en rechts gelijkstellen van de coëfficiënten van x, x³ ... levert:

$$A_1 = 1/I_2, \quad A_3 = -\frac{1}{2} I_4/I_2^4, \quad \dots \quad \text{A.13}$$

Dus:

$$\frac{\sin\theta_1}{c_1} = \frac{1}{I_2} x - \frac{1}{2} \frac{I_4}{I_2^4} x^3 + \dots \quad \text{A.14}$$

Substitutie van A.14 in A.9 levert:

$$\begin{aligned} T_N(x) &= I_0 + \frac{1}{2I_2} x^2 + \left(-\frac{1}{2} \frac{I_4}{I_2^4} + \frac{3}{8} \frac{I_4}{I_2^4}\right) x^4 + \dots = \\ &= I_0 + \frac{1}{2I_2} x^2 - \frac{1}{8} \frac{I_4}{I_2^4} x^4 + \dots \end{aligned} \quad \text{A.15}$$

Kwadrateren levert:

$$T_N^2(x) = I_0^2 + \frac{I_0}{I_2} x^2 + \left(-\frac{1}{4} \frac{I_0 I_4}{I_2^2} + \frac{1}{4} \frac{1}{I_2}\right) x^4 + \dots$$

of:

$$T_N^2(x) = T_N^2(0) + \frac{x^2}{c_N^2} + o(x^4) \tag{A.16}$$

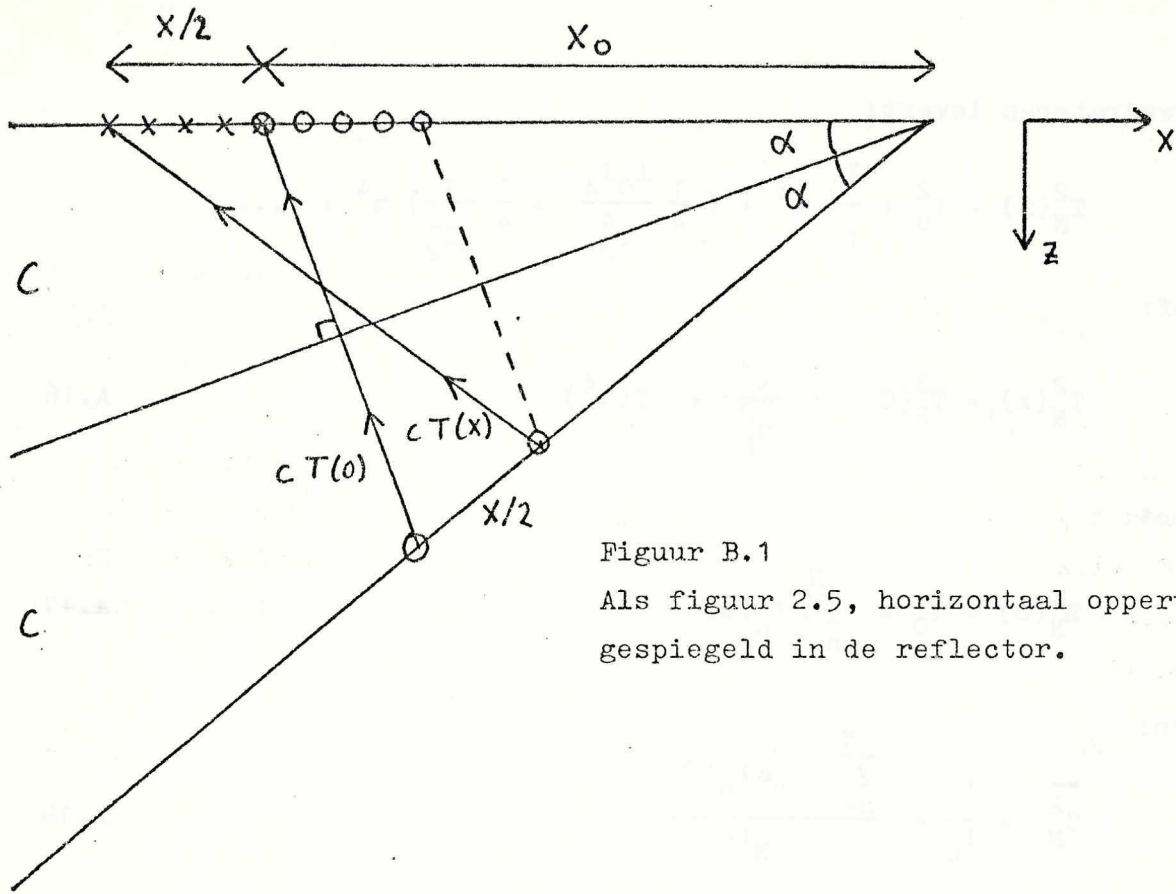
met:

$$T_N(0) = I_0 = \sum_{n=1}^N \Delta T_n(0) \tag{A.17}$$

en:

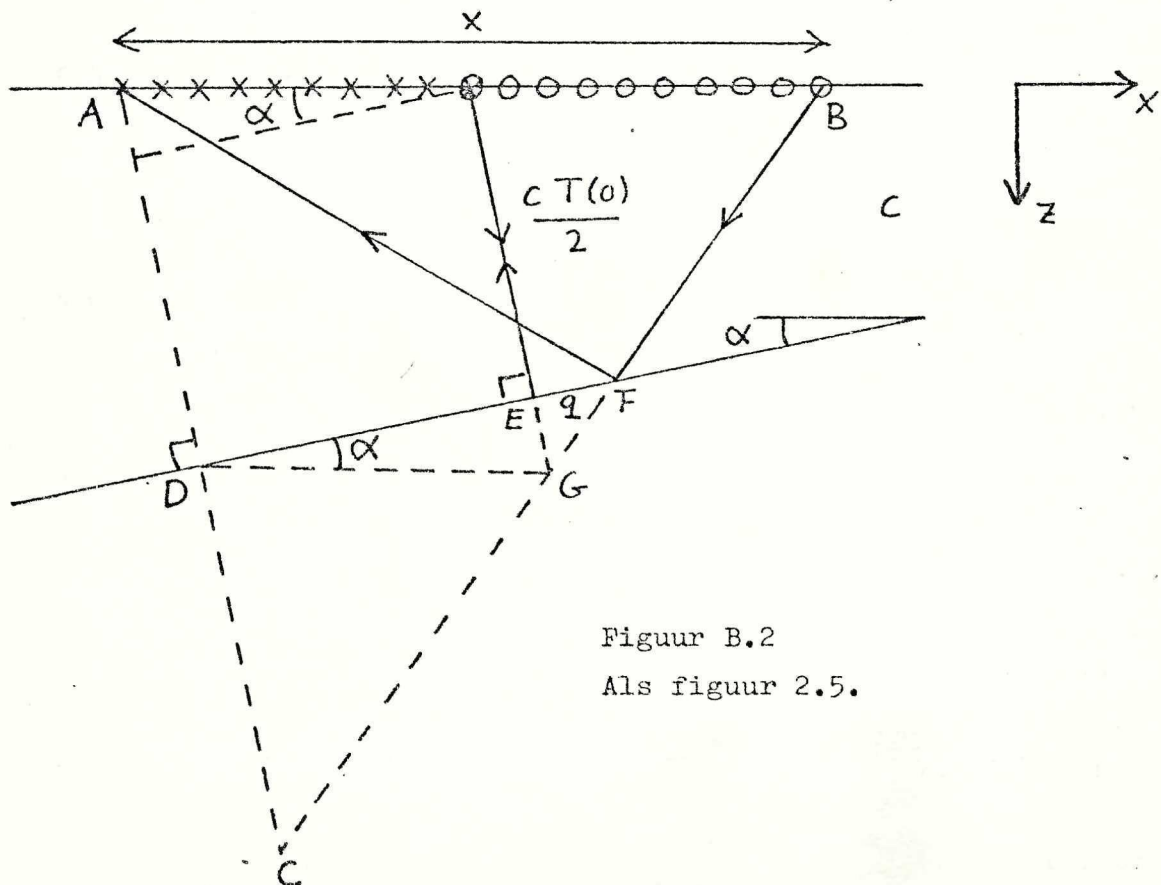
$$\frac{1}{c_N^2} = \frac{I_2}{I_0} = \frac{\sum_{n=1}^N c_n^2 \Delta T_n(0)}{T_N(0)} \tag{A.18}$$

Q.E.D.



Figuur B.1

Als figuur 2.5, horizontaal oppervlak
gespiegeld in de reflector.



Figuur B.2

Als figuur 2.5.

Appendix B

B.1 Bewijs van relatie 2.5

$$T^2(x) = T^2(0) + \frac{x^2 \cos^2 \alpha}{c^2} \quad 2.5$$

Om de looptijd $T(x)$ te berekenen wordt de in fig. 2.5 geschetste situatie gespiegeld t.o.v. de reflector (zie fig. B1). We berekenen nu de looptijd van een puls, uitgezonden door een bron op het gespiegelde vlak en geregistreerd door een ontvanger op het vlak $z=0$. De offset tussen bron en ontvanger op het vlak $z=0$ bedraagt x . Toepassing van de cosinusregel levert:

$$\begin{aligned} c^2 T^2(x) &= (x_0 + \frac{1}{2}x)^2 + (x_0 - \frac{1}{2}x)^2 - 2(x_0 + \frac{1}{2}x)(x_0 - \frac{1}{2}x)\cos 2\alpha = \\ &= 2x_0^2 + \frac{1}{2}x^2 - (2x_0^2 - \frac{1}{2}x^2)\cos 2\alpha \end{aligned} \quad B.1$$

met:

$$x_0 = \frac{cT(0)}{2\sin \alpha} \quad B.2$$

wordt dit:

$$c^2 T^2(x) = \frac{c^2 T^2(0)}{4\sin^2 \alpha} (2 - 2\cos 2\alpha) + \frac{1}{2}x^2 (1 + \cos 2\alpha) \quad B.3$$

Substitutie van:

$$\begin{aligned} 1 - \cos 2\alpha &= 2\sin^2 \alpha \\ 1 + \cos 2\alpha &= 2\cos^2 \alpha \end{aligned} \quad B.4$$

levert:

$$T^2(x) = T^2(0) + \frac{x^2 \cos^2 \alpha}{c^2} \quad B.5$$

Q.E.D.

B.2 Bewijs van relatie 2.7

$$q = \frac{x^2 \sin \alpha \cos \alpha}{2cT(0)} \quad 2.7$$

Zie figuur B.2

$$\Delta EFG \sim \Delta DFC \Rightarrow$$

B.6

$$EF/DF = EG/DC$$

B.7

of

$$q = (DE + q)EG/DC \Rightarrow$$

B.8

$$q = DE \cdot EG / (DC - EG)$$

B.9

met

$$EG = \frac{x}{2} \sin \alpha ,$$

B.10

$$DC = AD = \frac{c_1 T(0)}{2} + \frac{x}{2} \sin \alpha$$

B.11

en

$$DE = \frac{x}{2} \cos \alpha$$

B.12

wordt dit:

$$q = \frac{x^2 \sin \alpha \cos \alpha}{2cT(0)}$$

B.13

Q.E.D.

Appendix C

Te bewijzen:

$$\sum_t \left[\sum_{i=0}^{N-1} g_i(t) \right]^2 = \sum_t \left[\sum_{i=0}^{N-1} f_i(t + \tau_i) \right]^2$$

is maximaal voor $\tau_i = T_i$.

Gegeven:

$f_i(t+T_i) = k_{ij} f_j(t+T_j)$, immers op een constante factor na zijn de over T_i verschoven signalen f_i identiek (wanneer we ruis buiten beschouwing laten).

Definitie:

$$R_{ij}(\tau_j - \tau_i) = \sum_t f_i(t) f_j(t + \tau_j - \tau_i) = \sum_t f_i(t + \tau_i) f_j(t + \tau_j).$$

Stelling:

$$|R_{ij}(\tau_j - \tau_i)|^2 \leq R_{ii}(0) R_{jj}(0)$$

(zie Bendat & Piersol (7)).

Bewijs:

$$\sum_t \left[\sum_{i=0}^{N-1} f_i(t + \tau_i) \right]^2 = \sum_t \left[\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f_i(t + \tau_i) f_j(t + \tau_j) \right] = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} R_{ij}(\tau_j - \tau_i)$$

$$\leq \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} |R_{ij}(\tau_j - \tau_i)| \leq \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \sqrt{R_{ii}(0) R_{jj}(0)}$$

C.1

Met de definitie volgt voor $\tau_i = T_i$:

$$R_{ij}(T_j - T_i) = \sum_t f_i(t + T_i) \frac{1}{k_{ij}} f_i(t + T_i) = \frac{1}{k_{ij}} R_{ii}(0).$$

Tevens:

$$R_{ij}(T_j - T_i) = \sum_t k_{ij} f_j(t + T_j) f_j(t + T_j) = k_{ij} R_{jj}(0).$$

Dus:

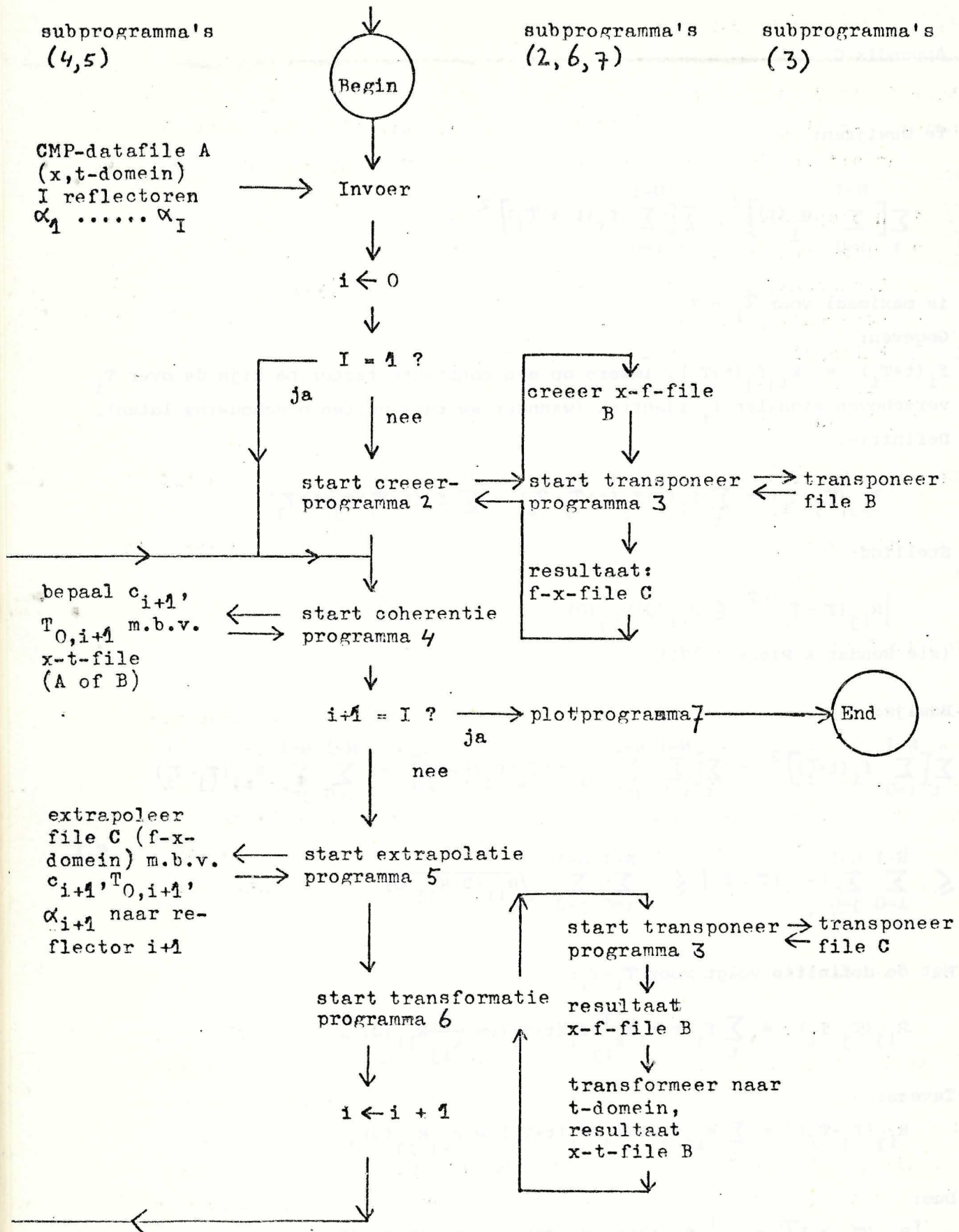
$$\left[R_{ij}(T_j - T_i) \right]^2 = \frac{1}{k_{ij}} R_{ii}(0) k_{ij} R_{jj}(0) = R_{ii}(0) R_{jj}(0).$$

Wanneer we dit substitueren in C.1 volgt

$$\sum_t \left[\sum_{i=0}^{N-1} f_i(t + \tau_i) \right]^2 \leq \sum_t \left[\sum_{i=0}^{N-1} f_i(t + T_i) \right]^2,$$

Q.E.D.

Hoofdprogramma 1



Figuur D.1

Blokschema van het software-package.

Om het schema overzichtelijk te houden is verondersteld dat slechts één CMP-datafile beschikbaar is, wat betekent dat de hoeken $\alpha_1 \dots \alpha_I$ van de I reflectoren bekend moeten zijn.

Appendix D Beschrijving van de software

Voor de in de hoofdstukken II, III en IV beschreven theorie is een software-package voor de HP-1000 computer ontwikkeld. Deze software bestaat uit een hoofdprogramma en een aantal subprogramma's:

- 1 Hoofdprogramma (Subsurface-reconstruction)
- 2 File-creatie-programma
- 3 Transponeerprogramma (ontwikkeld door Mesdag (4))
- 4 Coherentieprogramma
- 5 Extrapolatieprogramma voor CMP-data
- 6 File-transformatieprogramma
- 7 "Subsurface-reconstruction"-plotprogramma

De complete listing van de programma's is gegeven in een losse bijlage bij dit verslag.

Hieronder volgt een korte bespreking van de verschillende programma's. Een blokschema is gegeven in figuur D.1.

D.1 Hoofdprogramma (Subsurface-reconstruction)

Het hoofdprogramma voert zelf nauwelijks berekeningen uit. De voornaamste functie is het starten van de subprogramma's en aan de hand van de resultaten van deze subprogramma's het systeem (subsurface) stap voor stap te reconstrueren. Dit gebeurt volgens de in het tweede deel van II.5 beschreven procedure. De communicatie tussen het hoofdprogramma en de subprogramma's vindt plaats via de zgn. file-headers van de te bewerken datafiles.

D.2 Filecreatie-programma

In IV.2 is de golfveld-extrapolatie beschreven als een convolutie in de x-richting in het frequentiedomein. Dit betekent dat per frequentiecomponent de data als functie van x gesorteerd moeten zijn.

Uitgaande van de originele CMP-datafile A waar de data per x_n als functie van t gesorteerd zijn worden de data per x_n getransformeerd naar het frequentiedomein en overgezet in een door dit programma te creëren file B. De originele file A blijft zodanig ongewijzigd bewaard. De in II.1 gesignaleerde noodzaak de data te spiegelen t.o.v. de zero-offset-registratie betekent dat file B ongeveer een factor twee groter is dan file A. In file B zijn de data dus per x_n als

functie van f gesorteerd. Vervolgens wordt het transponeerprogramma (3) gestart waarmee file B getransponeerd overgezet wordt in een door dit programma (2) te creëren file C. Het resultaat is dat in file C de data inderdaad per frequentiecomponent f_i als functie van x gesorteerd zijn.

D.3 Transponeerprogramma

Het transponeerprogramma transponeert een file B (C) en zet deze over in file C (B), waarbij B (C) ongewijzigd blijft. Het wordt beschreven door Mesdag (4).

D.4 Coherentieprogramma

Het coherentieprogramma berekent m.b.v. naar keuze één van de in hoofdstuk III beschreven coherentiefuncties de geluidsnelheid c_s en de looptijd van de puls in de zero-offset-registratie T_0 uit een gegeven CMP-datafile A (of B na programma 6) waar de data per x_n als functie van t gesorteerd zijn. De grenzen \hat{c}_{\min} , \hat{c}_{\max} , $\int_{T_0 - \Delta T_0}^{\infty}$ en $\int_{T_0 + \Delta T_0}^{\infty}$ (zie III.1) worden door het hoofdprogramma (1) vastgesteld alvorens het coherentieprogramma gestart wordt. Het coherentieprogramma maakt geen onderscheid tussen horizontale en scheve reflectoren, zodat de werkelijke geluidsnelheid uit de gevonden c_s (schijnbare geluidsnelheid) en eventueel de hoek α m.b.v. relatie 2.5b of 2.6a en 2.6b bepaald moeten worden. Dit gebeurt in het hoofdprogramma (1).

D.5 Extrapolatieprogramma voor CMP-data

Het extrapolatieprogramma berekent per frequentiecomponent m.b.v. de matrixvermenigvuldiging gegeven door relatie 4.19, uitgaande van de CMP-dataset $P_{\text{CMP};S_i}$ (file C), de achterwaarts geëxtrapoleerde CMP-dataset $P_{\text{CMP};S_{i+1}}$ en zet het resultaat in file C (C wordt dus overschreven). De geluidsnelheid van het tussenliggende medium evenals de onderlinge posities van de vlakken S_i en S_{i+1} (hoek β_{i+1} en afstand $c_{i+1} T_{i+1}(0)/2$, zie fig 4.1) zijn door het hoofdprogramma bepaald alvorens het extrapolatieprogramma gestart wordt.

D.6 Filetransformatie-programma

Dit programma start eerst het transponeerprogramma (3) waarmee de door het extrapolatieprogramma (5) geëxtrapoleerde file C wordt getranspo-

neerd en overgezet in file B. Het resultaat is dat in file B de data per x_n als functie van de frequentie gesorteerd zijn. Vervolgens worden met een inverse Fouriertransformatie de signalen per x_n naar het tijddomein teruggebracht. In file B bevinden zich nu de achterwaarts geëxtrapoleerde CMP-data in het x,t -domein, dus file B is geschikt als invoer voor het coherentieprogramma (4).

D.7 "Subsurfacerestructie"-plotprogramma

Wanneer het gehele systeem doorlopen is bevat het hoofdprogramma (1) informatie over de configuratie van en de geluidsnelheden in het systeem. M.b.v. dit plotprogramma wordt de "subsurfacerestructie" uitgeplot.

Literatuurlijst

1. Berkhout, A.J., 1980, Seismic Migration, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam-Oxford-New York.
2. Taner, M.T. and Koehler, F., 1969, Velocity Spectra, Geophysics, vol. 34, no. 6, p. 859-881.
3. Bos, A. van den, 1978, Systemen en Signalen II, Collegedictaat, Afdeling der Technische Natuurkunde, T.H.-Delft.
4. Mesdag, P., 1980, Synthetisch focusseren in het k_x -f domein, Afstudeerverslag, afdeling der Technische Natuurkunde, T.H.-Delft.
5. AIMS, 1976, Advanced Interpretive Modeling System, Users Reference Manual, Geoquest International Ltd., Houston, Texas.
6. Prinzen, T.T., 1981, Een kleinste kwadraten-methode voor het bepalen van looptijdverschillen tussen pulsvormige signalen, Afstudeerverslag, afdeling der Technische Natuurkunde, T.H.-Delft.
7. Bendat, J.S. and Piersol, A.G., 1971, Random Data, Wiley-Interscience, New York-London-Sydney-Toronto.

