

张乐乐, 邵婕, 郑忆康等. 2022. 基于 Marchenko 理论的成像域与数据域层间多次波消除方法对比. 地球物理学报, 65(4): 1416-1424, doi:10.6038/cjg2022P0167.

Zhang L L, Shao J, Zheng Y K, et al. 2022. A comparison of imaging domain and data domain Marchenko multiple elimination schemes. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 65(4):1416-1424,doi:10.6038/cjg2022P0167.

# 基于 Marchenko 理论的成像域与数据域层间多次波消除方法对比

张乐乐<sup>1</sup>, 邵婕<sup>2</sup>, 郑忆康<sup>2</sup>, 王一博<sup>2</sup>, Evert Slob<sup>3</sup>

1 中国地质大学地球物理与空间信息学院, 地球内部多尺度成像湖北省重点实验室, 武汉 430074

2 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029

3 Delft University of Technology, 2628 CN Delft, The Netherlands

**摘要** Marchenko 成像可以理解为一种基于 Marchenko 理论的成像域层间多次波消除方法. 该方法利用 Marchenko 方程组将地表观测的地震数据准确的延拓到地下的成像点, 得到震源位于地下成像点、检波点位于地表的上下行格林函数, 进而采用多维反褶积获得该成像点不含多次波假象的像. 基于 Marchenko 方程组所推导出的数据域多次波消除方法可以准确的预测并消除所有阶数的层间多次波. 该方法不需要任何速度信息和匹配相减, 避免了传统多次波消除方法对一次波造成的损害. 基于数据域多次波消除之后的数据, 可以获得地下结构不含多次波假象的像. 本文对基于 Marchenko 理论的成像域及数据域层间多次波消除方法进行了对比分析, 给出了详细的理论及数值模型试算结果, 并对两种方法的优缺点进行了讨论.

**关键词** Marchenko 方程组; 层间多次波; 多次波消除; 多维反褶积

doi:10.6038/cjg2022P0167

中图分类号 P631

收稿日期 2021-03-11, 2021-09-10 收修定稿

## A comparison of imaging domain and data domain Marchenko multiple elimination schemes

ZHANG LeLe<sup>1</sup>, SHAO Jie<sup>2</sup>, ZHENG YiKang<sup>2</sup>, WANG YiBo<sup>2</sup>, EVERET Slob<sup>3</sup>

1 Hubei Subsurface Multi-scale Imaging Key Laboratory, Institute of Geophysics and Geomatics, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

2 Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China

3 Delft University of Technology, 2628 CN Delft, The Netherlands

**Abstract** Marchenko imaging can be seen as an internal multiple elimination scheme in imaging domain. By solving coupled Marchenko equations, the measured seismic data can be correctly redatumed to the subsurface with source positioned at subsurface and receivers positioned at acquisition surface. Then, the artefact-free image of the source point can be retrieved by multi-dimensionally deconvolving the redatumed up- and downgoing seismic data. The Marchenko Multiple Elimination scheme, derived from coupled Marchenko equations, is a data domain multiple elimination scheme. It can successfully predict and remove all orders of internal multiple reflections without model information or adaptive subtraction. The data domain multiple elimination scheme surgically removes internal multiple reflections without touching primary reflections. In this paper, we give a detailed comparison of both imaging domain and data domain Marchenko

multiple elimination schemes. One synthetic model is used to illustrate the performance of both schemes and, the advantages and disadvantages of both schemes are discussed in detail.

**Keywords** Marchenko equations; Internal multiple; Multiple elimination; Multi-dimensional deconvolution

## 0 引言

传统的偏移成像技术通过对野外观测数据进行处理来获得地下的结构信息,指导油气资源的勘探开发。然而,传统的偏移成像理论基于“一次反射”的假设。该假设使得传统的偏移成像技术可以准确的处理观测数据中的一次反射波(一次波),而多次反射波(多次波)则会在偏移成像结果中产生假象,不利于油气资源的勘探开发。为了解决偏移成像结果中多次波假象的问题,很多专家学者提出了各种解决方法,主要分为多次波消除和应用两个方向。

自由表面多次波由于具有较强的振幅,通常会在偏移成像结果中产生较强的假象。SRME(Surface-Related Multiple Elimination)(Verschuur et al., 1992)和EPSI(Estimation of Primaries by Sparse Inversion)(van Groenestijn and Verschuur, 2009)作为两种消除自由表面多次波的方法,已经在工业界得到了广泛的应用。其中,SRME不需要任何速度信息,可以成功预测所有阶数的自由表面多次波。但是,SRME预测的自由表面多次波相位准确但振幅不准确,需要借助匹配相减算法来消除观测数据中的自由表面多次波。EPSI则基于反演理论来提取观测数据中的一次波,该方法避免了SRME技术的多次波预测和匹配相减,从而避免了匹配相减对一次波的损害。以上两种方法在野外观测数据中均得到了成功的应用。自由表面多次波成像也成为了近年来的研究热点(Brown and Guitton, 2005; Whitmore et al., 2010; Verschuur and Berkhou, 2011; Wang et al., 2014, 2017; Lu et al., 2015)。在使用相同的观测数据偏移成像时,自由表面多次波可以提供地下更广的覆盖范围,同时在偏移结果中也会产生假象。相比于自由表面多次波,层间多次波产生机制更复杂,更难被消除。Araújo等(1994)基于逆散射级数的第三项推导出了逆散射级数法来消除观测数据中的层间多次波(Weglein et al., 1997; Ten Kroode, 2002; Löer et al., 2016)。该方法不需要任何速度信息,可以一次性预测所有阶数的层间多次波。但是,由于预测的层间多次波振幅不准确,需要借助匹配相减

来消除观测数据中的层间多次波。Berkhout(2014)提出了全波场偏移理论,该方法可以利用层间多次波成像并已经在野外观测数据中进行了成功的应用(Davydenko and Verschuur, 2018)。

近年来, Marchenko 成像技术 (Slob et al., 2014; Wapenaar et al., 2014) 得到了国际勘探地球物理学界的广泛关注。该技术可以理解为一种基于 Marchenko 理论的成像域层间多次波消除方法。相比于传统成像技术,该方法在相同输入数据的条件下,可以获得地下结构不含多次波假象的像。基于聚焦点投影到观测系统面后的 Marchenko 方程组(van der Neut and Wapenaar, 2016), Zhang 和 Staring (2018) 提出了 MME(Marchenko Multiple Elimination)。该技术是一种完全数据驱动的多次波消除方法, 不需要任何速度信息, 可以准确预测所有层间多次波的振幅和相位信息, 从而可以外科手术式的消除观测数据中的层间多次波, 避免了匹配相减对相关一次波的损害。同时, 基于修正的 Marchenko 方程组, Zhang 等(2019) 提出了 T-MME(Transmission compensated Marchenko Multiple Elimination)。该方法不仅可以在数据域外科手术式的消除层间多次波, 还可以补偿一次波中的透射损失。Zhang 和 Slob(2019) 将以上两种方法进一步推广来处理自由表面多次波和鬼波, 使得 MME 和 T-MME 方法可以将鬼波、自由表面以及层间多次波一步消除。合成数据和野外观测数据测试证明了以上两种方法的有效性(Zhang and Slob, 2020a)。相关技术已经在工业界得到了成功的应用。

本文对基于 Marchenko 理论的成像域和数据域层间多次波消除技术进行了对比分析, 给出了两种方法详细的理论及数值模型试算结果, 并对两种方法的优缺点进行了讨论。

## 1 基于 Marchenko 理论的成像域层间多次波消除技术

我们将基于 Wapenaar 等(2014) 对 Marchenko 成像理论进行详细的回顾并进行二维合成数据测试。在本小节及后续的数据域层间多次波消除技术

推导过程中, 我们假设观测数据子波宽度无限小。假设介质不存在自由反射界面, 基于褶积和互相关类型的互易定理推导得到的单边格林函数表示定理可以表示为(Wapenaar et al., 2014)

$$G^-(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}'_0, t) = \int_{\partial\mathbf{D}_0} d\mathbf{x}_0 \int_0^{+\infty} R(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}_0, t') f_1^+(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t - t') dt' - f_1^-(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t), \quad (1)$$

$$G^+(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}'_0, -t) = - \int_{\partial\mathbf{D}_0} d\mathbf{x}_0 \int_{-\infty}^0 R(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}_0, -t') \times f_1^-(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t - t') dt' + f_1^+(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}_i, t). \quad (2)$$

这里,  $t$  表示时间。 $\partial\mathbf{D}_0$  表示观测系统所在界面,  $\mathbf{x}_0$  表示该界面上某一点的空间位置,  $\mathbf{x}_i$  表示地下某一深度界面  $\partial\mathbf{D}_i$  上某一点的空间位置。 $R(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}_0, t)$  是子波反褶积后的观测数据,  $\mathbf{x}_0$  表示震源空间位置,  $\mathbf{x}'_0$  表示检波点空间位置。 $f_1^+$  和  $f_1^-$  表示下行和上行聚焦函数。如图 1a 所示, 该函数被定义在截断介质中, 该截断介质上表面  $\partial\mathbf{D}_0$  以上和下表面  $\partial\mathbf{D}_i$  以下为均匀介质, 而截断介质内部则为物理介质。当  $t=0$  时, 聚焦函数以 Delta 函数的形式聚焦于  $\mathbf{x}_i$  (Wapenaar et al., 2014)。 $G^+(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}'_0, t)$  和  $G^-(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}'_0, t)$  分别表示脉冲源位于  $\mathbf{x}'_0$ 、检波点位于  $\mathbf{x}_i$  的下行和上行格林函数(如图 1b 所示)。公式(1)和(2)包含四个未知项  $G^-$ 、 $G^+$ 、 $f_1^+$  和  $f_1^-$ , 不可以直接求解。假设  $f_1^+$  和  $G^+$

可以表示为直达波和尾波的和, 即

$$f_1^+(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t) = f_{1d}^+(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t) + f_{1m}^+(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t), \quad (3)$$

$$G^+(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0, t) = G_d^+(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0, t) + G_m^+(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0, t), \quad (4)$$

这里,  $f_{1d}^+$  和  $G_d^+$  表示直达波,  $f_{1m}^+$  和  $G_m^+$  表示尾波。其中, 如图 1a 所示,  $f_{1d}^+(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i, t=0) = \delta(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}'_i)\delta(t)$ , 可以看作  $t=0$  时刻聚焦函数在  $\mathbf{x}_i$  聚焦为一个 Delta 源, 当  $t>0$  时, 该 Delta 源以发散波的形式向下传播。此外, 根据 Wapenaar 等(2014),  $f_{1d}^+$  和  $G_d^+$  的关系如下:

$$\begin{aligned} & \int_{\partial\mathbf{D}_i} d\mathbf{x}_i \int_0^{+\infty} G_d^+(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}''_0, t') f_{1d}^+(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t - t') dt' \\ & = \delta(\mathbf{x}''_0 - \mathbf{x}_0)\delta(t), \end{aligned} \quad (5)$$

公式(5)说明  $f_{1d}^+$  和  $G_d^+$  互为逆的关系。基于公式(5), 我们可以通过求取  $G_d^+$  的逆来求得  $f_{1d}^+$ , 而  $G_d^+$  可以通过平滑模型模拟得到。由于求逆运算的不稳定性, 实际运算中通常以  $G_d^+$  时间的逆来近似  $f_{1d}^+$ 。

假设  $t_d$  为  $G_d^+$  的到达时间(如图 1b 所示), 则如图 1a 所示,  $f_{1d}^+$  到达时间为  $-t_d$ ,  $f_1^+$  所在的时间区间为  $[-t_d, t_d]$ ,  $f_{1m}^+$  所在的时间区间为  $(-t_d, t_d)$ ,  $f_1^-$  所在的时间区间为  $(-t_d, t_d)$ 。当  $-t_d < t < t_d$  时,  $G^\pm(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0, t) = 0$ , 结合公式(3), 公式(1)和(2)可以改写为

$$f_1^-(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}_i, t) = \int_{\partial\mathbf{D}_0} d\mathbf{x}_0 \int_0^{+\infty} R(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}_0, t') [f_{1d}^+(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t - t') + f_{1m}^+(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t - t')] dt', \quad -t_d < t < t_d \quad (6)$$

$$f_{1m}^+(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}_i, t) = \int_{\partial\mathbf{D}_0} d\mathbf{x}_0 \int_{-\infty}^0 R(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}_0, -t') f_1^-(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t - t') dt', \quad -t_d < t < t_d \quad (7)$$

公式(6)和(7)为 Marchenko 方程组, 通过求解该方程组可以获得  $f_1^+$  和  $f_1^-$  的值。为了求得  $f_1^+$  和  $f_1^-$  的非零值, 我们以  $f_{1d}^+$  为  $f_1^+$  的初始值迭代求解公式(6)和(7)(通常用  $G_d^+(-t)$  近似  $f_{1d}^+$ , 而  $G_d^+$  可以通过平滑模型模拟得到), 即

$$f_{1,k}^-(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}_i, t) = \int_{\partial\mathbf{D}_0} d\mathbf{x}_0 \int_0^{+\infty} R(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}_0, t') [f_{1d}^+(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t - t') + f_{1m,k}^+(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t - t')] dt', \quad -t_d < t < t_d \quad (8)$$

$$f_{1m,k+1}^+(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}_i, t) = \int_{\partial\mathbf{D}_0} d\mathbf{x}_0 \int_{-\infty}^0 R(\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}_0, -t') f_{1,k}^-(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i, t - t') dt', \quad -t_d < t < t_d \quad (9)$$

这里,  $k = 0, 1, 2, \dots, f_{1m,0}^+ = 0$ 。将利用公式(8)和(9)求得的  $f_1^+$  和  $f_1^-$  代入公式(1)和(2)即可求得上下行格林函数  $G^-(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0, t)$  和  $G^+(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0, t)$ 。上下行格林函数之间的相关联系如下(Wapenaar et al., 2014):

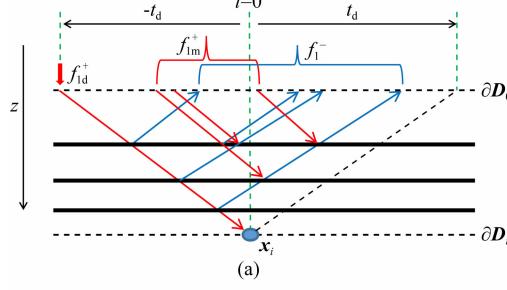
$$G^-(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}'_0, t) = \int_{\partial\mathbf{D}_i} d\mathbf{x}'_i \int_{-\infty}^{+\infty} R(\mathbf{x}'_i, \mathbf{x}_i, t') G^+(\mathbf{x}'_i, \mathbf{x}'_0, t - t') dt'. \quad (10)$$

这里,  $R(\mathbf{x}'_i, \mathbf{x}_i, t)$  为震源和检波点均位于界面  $\partial\mathbf{D}_i$  上时界面  $\partial\mathbf{D}_i$  以下介质的反射响应, 该响应可以通过 MDD(Multi-Dimensional Deconvolution)从公式(10)求取。 $R(\mathbf{x}'_i, \mathbf{x}_i, t)$  中零时刻零偏移距的值  $R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i, t=0)$  即为聚焦点  $\mathbf{x}_i$  的反射系数, 也可以称之为点  $\mathbf{x}_i$  的像。通过计算目标区域所有成像点的反射系数, 即可获得该区域的成像结果。这里, 基于 Marchenko 理

论的成像域层间多次波消除技术只利用一次波进行成像, 成功的在成像域消除了多次波对成像结果的影响。

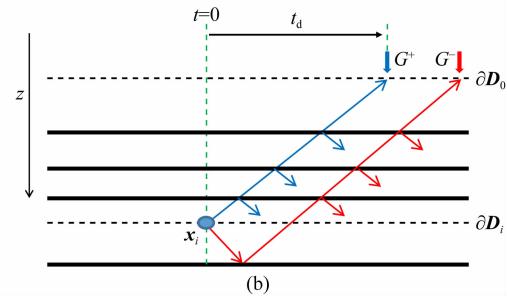
我们利用二维模型来详细说明该成像域层间多次波消除技术的处理流程及其有效性, 该模型层间多次波比较发育, 适合用来测试成像域层间多次波消除技术以及后续的数据域层间多次波消除技术

(MME). 利用 Thorbecke 等(2017)所发表的开源代码对成像域层间多次波消除技术进行测试. 图 2a 与图 2b 给出了该模型的速度和密度值, 图 2a 中的方框给出了目标成像区域. 图 2c 与图 2d 给出了对应的光滑模型, 该光滑模型将被用于模拟  $G_d^+$ . 该模型横向有 2400 个网格点, 纵向有 1000 个网格点, 网格间距 2.5 m. 震源和检波点均位于地表, 震源和检波点间距均为 10 m. 我们以 20 Hz Ricker 子波作为震源子波进行波场模拟. 震源位于(0 m, 0 m)的模拟



(a)

波场如图 3a 所示. 由于模型四周被吸收边界包围, 模拟波场不包含自由表面多次波. 图 3b 是模拟的直达波  $G_d^+$ , 震源位于图 2c 中(0 m, 1450 m)的位置. 我们将模拟的波场和  $G_d^+$  时间的逆代入公式(8)和(9)迭代求取聚焦点位于(0 m, 1450 m)位置的上下行聚焦函数  $f_1^+$  和  $f_1^-$ , 经过 20 次迭代( $k=20$ )后求得的  $f_1^+$  和  $f_1^-$  如图 4 所示. 将求得的  $f_1^+$  和  $f_1^-$  代入公式(1)和(2)求取对应的上下行格林函数  $G^-(x_i, x_0, t)$  和  $G^+(x_i, x_0, t)$  (如图 5 所示). 图 5c 为  $G^+(x_i, x_0, t)$  +



(b)

图 1 聚焦函数和格林函数示意图(这里用源点和检波点互易定理来表示格林函数)

(a) 聚焦函数;

Fig. 1 Sketch of focusing function and Green's function (the source and receiver reciprocity theorem is used here for Green's function)

(a) Focusing function; (b) Green's function.

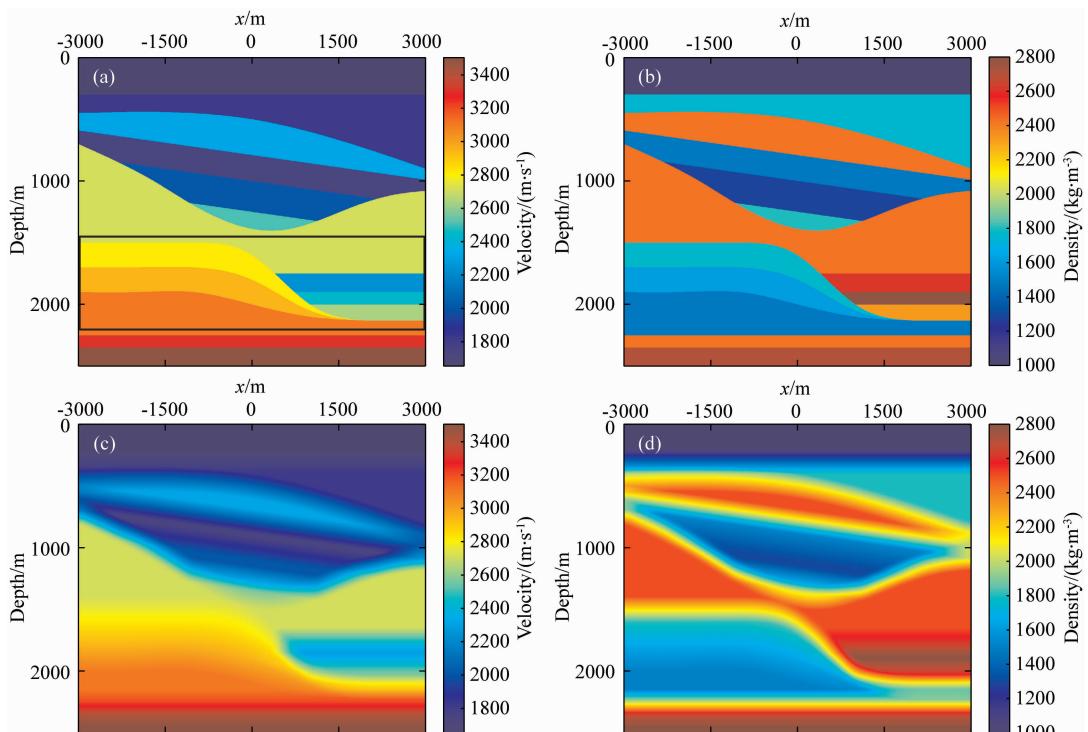


图 2 速度与密度模型以及平滑速度与密度模型

(a) 速度模型, 方框表示目标成像区域; (b) 密度模型;

Fig. 2 Velocity and density models and the corresponding smoothed versions

(a) Velocity model, the box indicates the target zone which will be imaged;

(c) Smoothed velocity model;

(b) Density model;

(d) Smoothed density model.

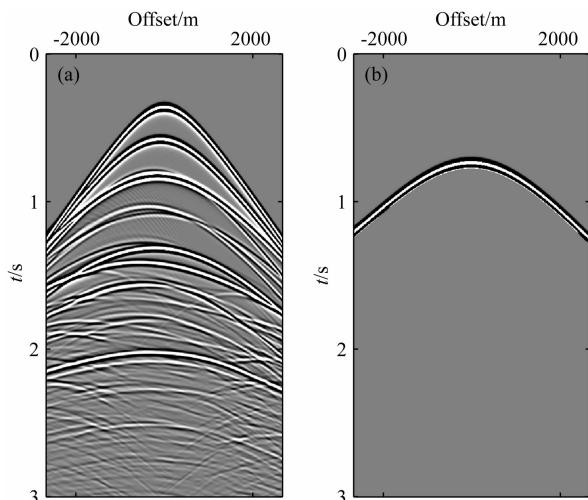


图 3 模拟的波场记录

(a) 模拟的震源位于图 2a 中 ( $0 \text{ m}, 0 \text{ m}$ ) 位置的波场; (b) 模拟的  $G_d^+$ , 震源位于图 2c 中 ( $0 \text{ m}, 1450 \text{ m}$ ) 的位置.

Fig. 3 The modelled shot gathers

- (a) The modelled shot gather with source at ( $0 \text{ m}, 0 \text{ m}$ ) in Fig. 2a;  
 (b) The modelled  $G_d^+$  with source at ( $0 \text{ m}, 1450 \text{ m}$ ) in Fig. 2c.

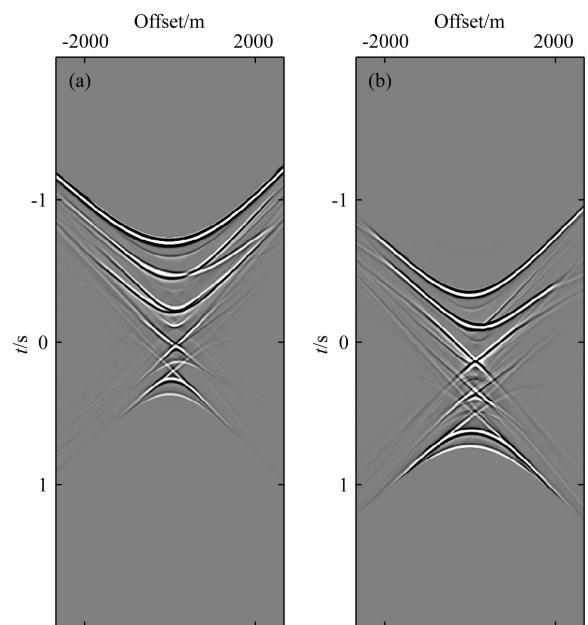


图 4 经过 20 次迭代求得的上下行聚焦函数

(a) 下行聚焦函数; (b) 上行聚焦函数.

Fig. 4 The solved up- and downgoing focusing function with 20 iterations

- (a) The downgoing focusing function; (b) The upgoing focusing function.

$G^-(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0, t)$  得到的完整格林函数, 图 5d 为模拟得到的参考格林函数(震源位于图 2a 中 ( $0 \text{ m}, 1450 \text{ m}$ ) 位置). 我们提取图 5c 与图 5d 中的零偏移距道做波形对比, 结果如图 6 所示. 通过 Marchenko 方程组求取的格林函数与模拟得到的格林函数几乎完全匹

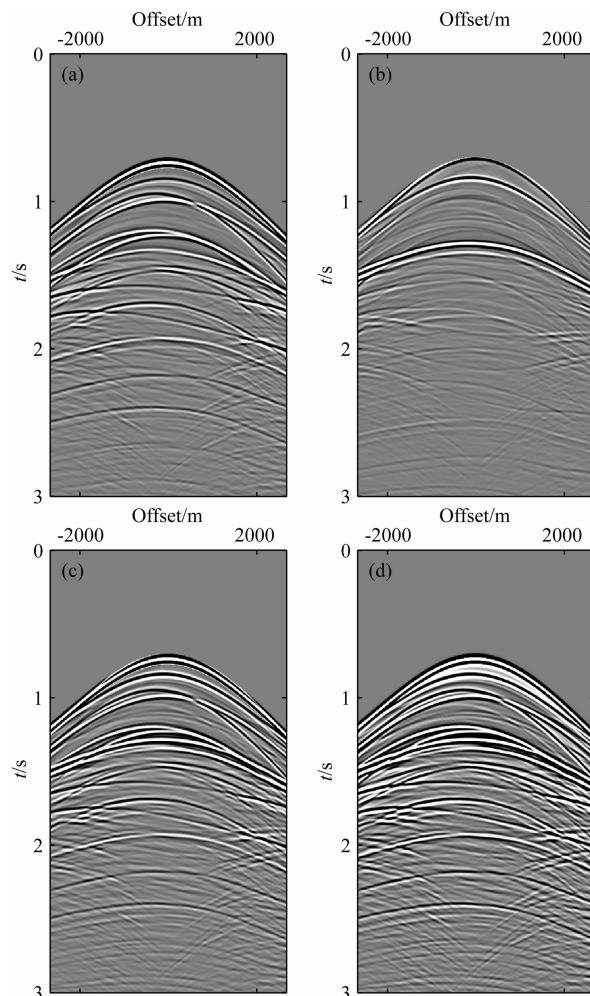


图 5 求得的格林函数

- (a) 下行格林函数; (b) 上行格林函数; (c) 完整格林函数;  
 (d) 模拟的参考格林函数.

Fig. 5 The solved Green's function

- (a) The downgoing Green's function; (b) The upgoing Green's function; (c) The full Green's function; (d) The modelled Green's function as reference.

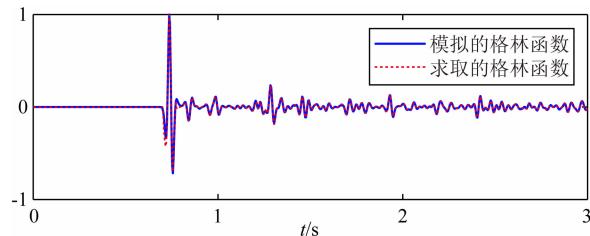


图 6 零偏移距道波形对比. 红色虚线表示图 5c 中的零偏移距道, 蓝色实线表示图 5d 中的零偏移距道. 两道的振幅均做了归一化.

Fig. 6 A comparison of zero-offset traces from Fig. 5c (red dashed line) and Fig. 5d (blue solid line). The amplitude of both traces is normalized

配. 我们将求得的上下行格林函数代入公式(10)求取虚拟反射响应  $R(\mathbf{x}'_i, \mathbf{x}_i, t)$ , 并通过提取零时刻零

偏移距的值  $R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i, t = 0)$  获得聚焦点(0 m, 1450 m)位置的像。对图 2a 中方框内所有成像点进行同样的计算, 可获得该区域的成像结果(如图 7b 所示)。图

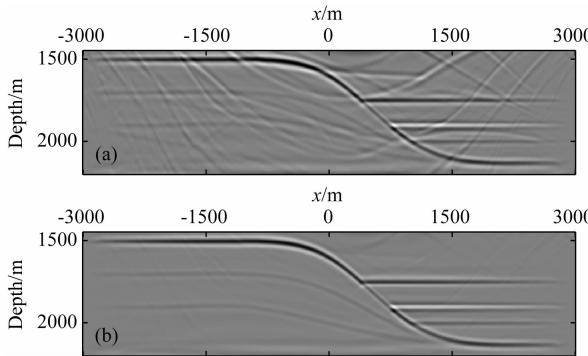


图 7 偏移/成像结果对比

(a) 逆时偏移结果; (b) Marchenko 成像结果。

Fig. 7 A comparison of migration/imaging results

(a) Reverse time migration result; (b) Marchenko imaging result.

7a 是该成像区域的逆时偏移结果。对比图 7a 与图 7b, 成像域层间多次波消除技术成功消除了层间多次波, 获得了目标区域准确的像。

## 2 基于 Marchenko 球理论的数据域层间多次波消除技术

MME 是一种可以在数据域准确预测并消除所有层间多次波的方法(Zhang and Staring, 2018)。该方法是基于 Marchenko 方程组推导得来的, 不依赖匹配相减, 可以外科手术式的消除层间多次波, 从而避免了多次波消除过程中对一次波的损害。首先, 如 van der Neut 和 Wapenaar(2016)所示, 我们将公式(1)和(2)两边与  $G_d^+$  做多维褶积(如公式(5)所示), 结合公式(3)、(4)和(5)得到:

$$U^-(\mathbf{x}_0'', \mathbf{x}_0', t) + v^-(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t) = \int_{\partial D_0} d\mathbf{x}_0 \int_0^{+\infty} R(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0, t') [\delta(t-t') \delta(\mathbf{x}_0'' - \mathbf{x}_0) + v_m^+(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0'', t-t')] dt', \quad (11)$$

$$\delta(t) \delta(\mathbf{x}_0'' - \mathbf{x}_0) + v_m^+(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t) - U^+(\mathbf{x}_0'', \mathbf{x}_0', -t) = \int_{\partial D_0} d\mathbf{x}_0 \int_{-\infty}^0 R(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0, -t') v^-(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0'', t-t') dt', \quad (12)$$

其中:

$$v^-(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t) = \int_{\partial D_i} d\mathbf{x}_i \int_0^{+\infty} G_d^+(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0'', t') f_1^-(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_i, t-t') dt', \quad (13)$$

$$v_m^+(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t) = \int_{\partial D_i} d\mathbf{x}_i \int_0^{+\infty} G_d^+(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0'', t') f_{1m}^+(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_i, t-t') dt', \quad (14)$$

$$U^\pm(\mathbf{x}_0'', \mathbf{x}_0', t) = \int_{\partial D_i} d\mathbf{x}_i \int_0^{+\infty} G_d^+(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0'', t') G^\pm(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_0', t-t') dt'. \quad (15)$$

这里, 上下行聚焦函数和上下行格林函数经过与  $G_d^+$  做多维褶积之后, 如图 8 所示, 均被投影到了观测系统所在界面。此时,  $v_d^+ = \delta(\mathbf{x}_0'' - \mathbf{x}_0) \delta(t)$ 。假设  $t_2$  是  $U^+$  的初至波到达时间, 如图 8 所示,  $v_m^+$  所在的时间区间为  $(0, t_2)$ ,  $v^-$  所在的时间区间为  $(0, t_2)$ 。当  $0 < t < t_2$  时,  $U^\pm(\mathbf{x}_0'', \mathbf{x}_0', t) = 0$ , 公式(11)和(12)可以改写为

$$v^-(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t) = \int_{\partial D_0} d\mathbf{x}_0 \int_0^{+\infty} R(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0, t') [\delta(t-t') \delta(\mathbf{x}_0'' - \mathbf{x}_0) + v_m^+(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0'', t-t')] dt', \quad 0 < t < t_2 \quad (16)$$

$$v_m^+(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t) = \int_{\partial D_0} d\mathbf{x}_0 \int_{-\infty}^0 R(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0, -t') v^-(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0'', t-t') dt', \quad 0 < t < t_2 \quad (17)$$

为了方便后续推导, 我们将公式(16)和(17)改写为如下形式:

$$v^-(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t) = (\Theta_0^{t_2} \mathbf{R} \delta + \Theta_0^{t_2} \mathbf{R} v_m^+) (\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t), \quad (18)$$

$$v_m^+(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t) = (\Theta_0^{t_2} \mathbf{R}^* v^-) (\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t), \quad (19)$$

这里,  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{R}^*$  分别表示观测数据  $R$  与任意波场做多维褶积和多维互相关,  $\Theta_0^{t_2}$  表示时窗  $(0, t_2)$ 。将公式(18)代入(19)得到:

$$(I - \Theta_0^{t_2} \mathbf{R}^* \Theta_0^{t_2} \mathbf{R}) v_m^+(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t) = (\Theta_0^{t_2} \mathbf{R}^* \Theta_0^{t_2} \mathbf{R} \delta) (\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t). \quad (20)$$

公式(20)按 Neumann 级数展开可得:

$$v_m^+(\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t) = \left[ \sum_{k=1}^{\infty} (\Theta_0^{t_2} \mathbf{R}^* \Theta_0^{t_2} \mathbf{R})^k \delta \right] (\mathbf{x}_0', \mathbf{x}_0'', t). \quad (21)$$

将公式(21)代回公式(11)可得:

$$U^-(\mathbf{x}_0'', \mathbf{x}_0', t) = \Theta_{t_2}^{\infty} \mathbf{R} (\mathbf{x}_0'', \mathbf{x}_0', t) + \left[ \sum_{k=1}^{\infty} \Theta_{t_2}^{\infty} \mathbf{R} (\Theta_0^{t_2} \mathbf{R}^* \Theta_0^{t_2} \mathbf{R})^k \delta \right] (\mathbf{x}_0'', \mathbf{x}_0', t). \quad (22)$$

这里,  $\Theta_{t_2}^{\infty}$  表示时窗  $[t_2, \infty)$ 。公式(22)只需要以观测数据作为输入即可求取  $U^-$ 。 $U^-$  中各道可以通过公式(22)单独求取, 这意味着公式(22)中的时窗  $\Theta_0^{t_2}$  不依赖偏移距, 该时窗对所有道可以取相同的值。此外, 如图 8 所示, 公式(22)中的  $t_2$  对应于地下某一个虚拟的反射界面, 当该虚拟反射界面不与地下任何一个真实界面重合时,  $U^-$  中  $t_2$  时刻的值为零。当该

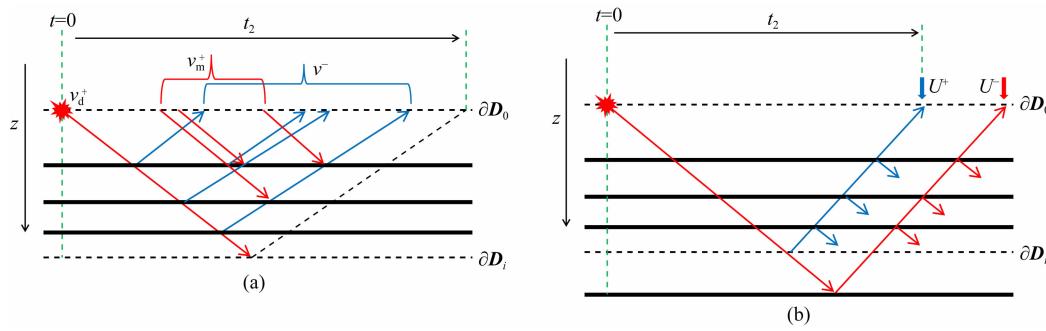


图 8 上下行聚焦函数与  $G_d^+$  做多维褶积之后得到的  $v^\pm$  和上下行格林函数与  $G_d^+$  做多维褶积之后得到的  $U^\pm$  示意图

(a)  $v^\pm$  示意图; (b)  $U^\pm$  示意图.

Fig. 8 Sketch of  $v^\pm$  retrieved by multi-dimensionally convolving up- and downgoing focusing function with  $G_d^+$ , and  $U^\pm$  retrieved by multi-dimensionally convolving up- and downgoing Green's function with  $G_d^+$

(a) Sketch of  $v^\pm$ ; (b) Sketch of  $U^\pm$ .

虚拟反射界面与地下某一真实反射界面重合时,  $U^+$  的初至波与  $U^-$  的第一个事件重合且到达时间均为  $t_2$ . 此时,  $U^-$  中  $t_2$  时刻的值为该真实反射界面的一次反射波. 因此, 当  $t_2$  依次取观测数据中每一个时刻时, 我们可以通过提取对应的  $U^-$  中  $t_2$  时刻的值来获得地下各反射界面的一次反射波. 此时, 公式(22)等号右边两项中的时窗  $\Theta_{t_2}^\circ$  不会对结果产生影响, 故可以省略. 该关系式可以表示为

$$R_t(\mathbf{x}_0'', \mathbf{x}_0', t = t_2) = R(\mathbf{x}_0'', \mathbf{x}_0', t_2) + \left[ \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{R}(\Theta_0^{t_2} \mathbf{R}^* \Theta_0^{t_2} \mathbf{R})^k \delta \right] (\mathbf{x}_0'', \mathbf{x}_0', t_2), \quad (23)$$

这里,  $R_t$  是提取的一次波. 当  $t_2$  依次取观测数据中每一个时刻时,  $R_t$  则成功提取了地下各反射界面的一次反射波. 公式(23)所示方法消除层间多次波的过程中, 不需要任何速度信息.

我们继续采用图 2 所示的二维模型来详细说明 MME 理论的处理流程及其有效性. 利用 Thorbecke 等(2021)所发表的开源代码对数据域层间多次波消除技术进行测试. 图 9a 是震源位于(0 m, 0 m)的模拟波场. 我们以模拟波场作为公式(23)的输入进行多次波消除. 其中,  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{R}^*$  取模拟的所有炮集,  $R$  取震源位于(0 m, 0 m)的炮集. 迭代次数  $k=10, 15, 20$  所对应的  $R_t$  如图 9b, 9c 和 9d 所示. 对比图 9a 与 9d,  $R$  中所有的层间多次波均被成功消除,  $R_t$  只包含地下各界面的一次反射波. 我们从图 9a 和图 9d 各提取零偏移距道做波形对比. 如图 10 所示, MME 技术在成功消除多次波的同时完整的保留了一次波的信息. 图 11a 给出了模拟波场的目标成像区域逆时偏移结果, 其中包含层间多次波的假象. 图 11b 给出了  $R_t(k=20)$  目标成像区域逆时偏移结果, 该结

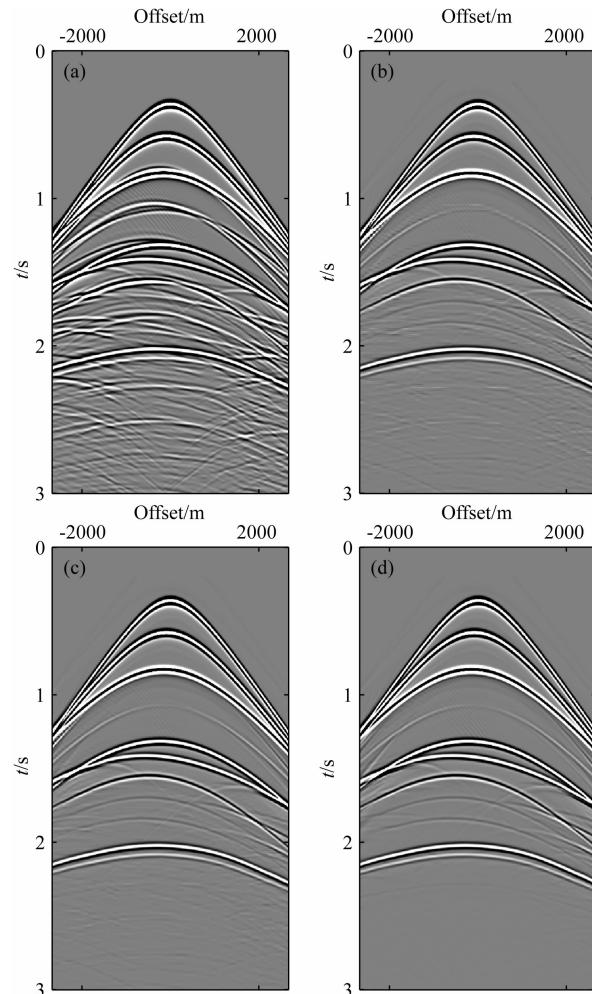


图 9 模拟波场和  $k=10, 15, 20$  所对应的消除多次波后的波场  
(a) 震源位于(0 m, 0 m)的模拟波场; (b)  $k=10$  所对应的多次波消除后的波场; (c)  $k=15$  所对应的多次波消除后的波场; (d)  $k=20$  所对应的多次波消除后的波场.

Fig. 9 The modelled shot gather and the multiple eliminated results with  $k=10, 15, 20$

(a) The modelled shot gather with source at (0 m, 0 m); (b) The multiple eliminated result with  $k=10$ ; (c) The multiple eliminated result with  $k=15$ ; (d) The multiple eliminated result with  $k=20$ .

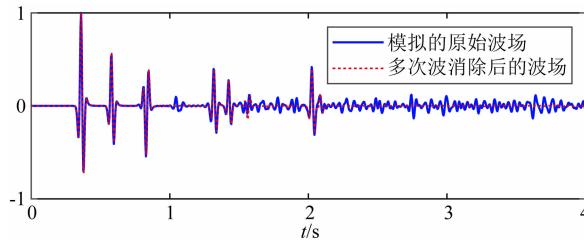


图 10 零偏移距道波形对比. 蓝色实线表示图 9a 中的零偏移距道, 红色虚线表示图 9d 中的零偏移距道. 两道的振幅均做了归一化

Fig. 10 A comparison of zero-offset traces from Fig. 9a (blue solid line) and Fig. 9d (red dashed line). The amplitude of both traces is normalized

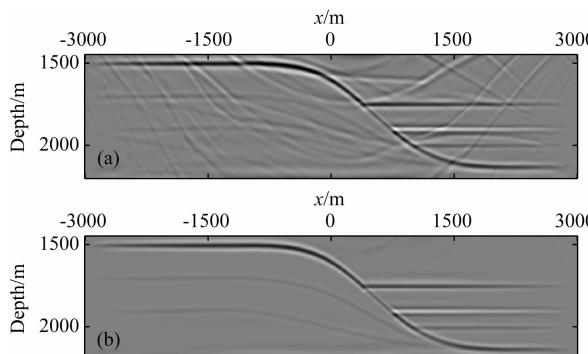


图 11 逆时偏移结果对比

(a) 原始模拟波场逆时偏移结果; (b) 消除多次波后的波场逆时偏移结果.

Fig. 11 A comparison of reverse time migration results  
(a) Reverse time migration result of original dataset; (b) Reverse time migration result of multiple eliminated dataset.

果准确的给出了图 2a 所示目标成像区域的结构信息, 不包含多次波假象.

### 3 讨论

基于 Marchenko 球理论的成像域层间多次波消除技术以预处理之后的观测数据作为输入, 可以在成像域成功消除层间多次波, 对地下结构进行准确的成像. 如图 7b 所示, 成像结果给出了图 2a 所示模型中成像区域不含多次波假象的像. MME 作为一种完全数据驱动的方法, 不需要任何速度信息和匹配相减, 可以将预处理之后的观测数据中所有阶数的层间多次波成功消除(如图 9d 所示). 基于消除多次波之后的数据, 后续的速度建模、AVO/AVA 分析以及偏移成像均可以得到更精确的结果. 因此, 尽管基于 Marchenko 球理论的成像域和数据域层间多次波消除技术均可以成功消除层间多次波, 但在勘探地球物理领域, 数据域层间多次波消除技术具

有更广阔的应用前景.

成像域和数据域层间多次波消除技术都是基于褶积和互相关类型的互易定理推导而来的, 只适用于非衰减介质. 在强衰减介质中, 两种方法可以部分的消除多次波. 此外, 震源子波反褶积的质量也会影响两种方法的表现, 主要原因在于不准确的震源子波反褶积会导致观测数据振幅误差, 从而使得成像域层间多次波消除技术获得的成像结果中出现多次波假象的残余, 数据域层间多次波消除方法获得的结果中多次波不能被完全消除. 还有, 两种多次波消除方法均要求观测数据空间采样密度较高. 因而, 海上数据近道缺失的情况也会限制两种方法的表现. 在野外观测数据的处理过程中, 当使用条件满足的情况下, 两种方法均可以获得相比于常规理论更好的结果(Jia et al., 2018; Zhang and Slob, 2020a).

成像域层间多次波消除方法需要计算目标区域每一个成像点精确的格林函数, 进而获得该成像点的像. 当目标成像区域较大且网格尺寸较小时, 该方法的计算量大于常规多次波消除技术. MME 方法需要对观测数据中每一个需要消除多次波的时刻求解公式(23), 消除该时刻的多次波, 因而计算成本也比较高. 基于 MME 方法中时窗  $\Theta_0^2$  不依赖于各道偏移距的特点, Zhang 和 Slob(2020b)提出的快速算法可以将 MME 方法的计算成本降低一个数量级, 从而使其可以更好的满足勘探地球物理领域的. 要求. 成像域层间多次波消除技术中的时窗  $(-t_d < t < t_d)$  依赖于各道的偏移距, Zhang 和 Slob(2020b)提出的快速算法不适用.

### 4 结论

基于 Marchenko 球理论的成像域和数据域层间多次波消除技术是勘探地球物理领域前沿的多次波消除技术. 成像域层间多次波消除技术可以在成像域消除多次波, 准确的对地下地质结构成像. MME 作为一种完全数据驱动的方法, 不需要任何速度信息和匹配相减, 可以在数据域成功消除观测数据中所有阶数的层间多次波. 本文对两种方法相关的理论做了回顾和总结, 采用二维模型对两种方法的处理流程和有效性进行了详细的对比和说明, 并就两种方法的优缺点进行了讨论.

**致谢** 感谢荷兰代尔夫特理工大学 Delphi 研究组的赞助商对本研究的支持.

## References

- Araújo F V, Weglein A B, Carvalho P M, et al. 1994. Inverse scattering series for multiple attenuation: An example with surface and internal multiples. //64th Annual Meeting. SEG Expanded Abstracts, 1039-1041.
- Berkhout A J. 2014. Review paper: An outlook on the future of seismic imaging, Part II: Full-wavefield migration. *Geophysical Prospecting*, 62(5): 931-949.
- Brown M P, Guittot A. 2005. Least-squares joint imaging of multiples and primaries. *Geophysics*, 70(5): S79-S89.
- Davydenko M, Verschuur D J. 2018. Including and using internal multiples in closed-loop imaging—Field data examples. *Geophysics*, 83(4): R297-R305.
- Jia X Y, Guittot A, Snieder R. 2018. A practical implementation of subsalt Marchenko imaging with a Gulf of Mexico data set. *Geophysics*, 83(5): S409-S419.
- Löer K, Curtis A, Meles G A. 2016. Relating source-receiver interferometry to an inverse-scattering series to derive a new method to estimate internal multiples. *Geophysics*, 81(3): Q27-Q40.
- Lu S P, Whitmore D N, Valenciano A A, et al. 2015. Separated-wavefield imaging using primary and multiple energy. *The Leading Edge*, 34(7): 770-778.
- Slob E, Wapenaar K, Broggini F, et al. 2014. Seismic reflector imaging using internal multiples with Marchenko-type equations. *Geophysics*, 79(2): S63-S76.
- Ten Kroode F. 2002. Prediction of internal multiples. *Wave Motion*, 35(4): 315-338.
- Thorbecke J, Slob E, Brackenhoff J, et al. 2017. Implementation of the Marchenko method. *Geophysics*, 82(6): WB29-WB45.
- Thorbecke J, Zhang L L, Wapenaar K, et al. 2021. Implementation of the Marchenko multiple elimination algorithm. *Geophysics*, 86(2): F9-F23.
- van der Neut J, Wapenaar K. 2016. Adaptive overburden elimination with the multidimensional Marchenko equation. *Geophysics*, 81(5): T265-T284.
- van Groenestijn G J, Verschuur D J. 2009. Estimating primaries by sparse inversion and application to near-offset data reconstruction. *Geophysics*, 74(3): A23-A28.
- Verschuur D J, Berkhou A J, Wapenaar C P A. 1992. Adaptive surface-related multiple elimination. *Geophysics*, 57(9): 1166-1177.
- Verschuur D J, Berkhou A J. 2011. Seismic migration of blended shot records with surface-related multiple scattering. *Geophysics*, 76(1): A7-A13.
- Wang Y B, Zheng Y K, Zhang L L, et al. 2014. Reverse time migration of multiples: Eliminating migration artifacts in angle domain common image gathers. *Geophysics*, 79(6): S263-S270.
- Wang Y B, Zheng Y K, Xue Q F, et al. 2017. Reverse time migration of multiples: Reducing migration artifacts using the wavefield decomposition imaging condition. *Geophysics*, 82(4): S307-S314.
- Wapenaar K, Thorbecke J, van der Neut J, et al. 2014. Marchenko imaging. *Geophysics*, 79(3): WA39-WA57.
- Weglein A B, Gasparotto F A, Carvalho P M, et al. 1997. An inverse-scattering series method for attenuating multiples in seismic reflection data. *Geophysics*, 62(6): 1975-1989.
- Whitmore N D, Valenciano A A, Sollner W, et al. 2010. Imaging of primaries and multiples using a dual-sensor towed streamer. //80th Annual International Meeting. SEG Expanded Abstracts, 3187-3192.
- Zhang L L, Staring M. 2018. Marchenko scheme based internal multiple reflection elimination in acoustic wavefield. *Journal of Applied Geophysics*, 159: 429-433.
- Zhang L L, Slob E. 2019. Free-surface and internal multiple elimination in one step without adaptive subtraction. *Geophysics*, 84(1): A7-A11.
- Zhang L L, Thorbecke J, Wapenaar K, et al. 2019. Transmission compensated primary reflection retrieval in the data domain and consequences for imaging. *Geophysics*, 84(4): Q27-Q36.
- Zhang L L, Slob E. 2020a. A field data example of Marchenko multiple elimination. *Geophysics*, 85(2): S65-S70.
- Zhang L L, Slob E. 2020b. A fast algorithm for multiple elimination and transmission compensation in primary reflections. *Geophysical Journal International*, 221(1): 371-377.

(本文编辑 何燕)